

*Giovanni Piana*

# L'intervallo

2003

---

Di questo testo non esiste edizione a stampa  
Edizione digitale: 2003  
Webmaster: Kata Sowa

## Indice

### Introduzione

### Parte I

1. L'intervallo intelligibile
2. L'intervallo visibile
3. L'intervallo udito

### Parte II

1. Fenomenologia dell'intervallo
  2. Matematica dell'intervallo
-





## Introduzione

---

Il termine italiano di *intervallo* è un calco del latino *intervallum* – ed esso mostra in modo molto diretto l’immagine da cui ha origine. *Vallus* significa “palo” – il palo con cui si reggono i vitigni della vite, ad esempio, oppure quello con cui si realizza una palizzata (*vallum* significherà poi in generale proprio una fortificazione, it. vallo): *intervallum* è letteralmente ciò che vi è tra i pali, lo *spazio* compreso tra essi, la *distanza* dall’uno all’altro. Nella trattatistica latina del resto, accanto ad *intervallum*, per indicare l’intervallo tra i suoni, vengono normalmente impiegate, come sinonimi di esso o per introdurre il concetto, espressioni come *spatium*, *interspatium*, *interstitium*, *latitudo*, *distantia*.

Ad esempio: “*spatium seu intervallum*” (Engelbertus Admontensis) “*intervallum vel interspatium*” (Bonaventura da Brescia); “*Intervallum vero est soni acuti gravisque distantia*” (Boezio); “*intervallum, quasi interstitium sive distantia*” (Jacobus Leodiensis); “*latitudo seu intervallum*” (Johannes Boen).

Del resto anche in Rameau troviamo l’intervallo definito così: “Si chiama intervallo la distanza (*distance*) tra un suono grave ed un suono acuto” (*Traité*, cap. I.).

L’immagine della spazialità, così trascurata in larga parte della filosofia e dell’estetica musicale, mostra invece la sua presenza ovunque nei fondamenti dell’esperienza musicale e della sua teoria. Una presenza multiforme, dal momento che varie sono le direzioni di senso in cui la nozione di spazio può essere richiamata. In questo caso, questa nozione viene messa in questione soprattutto con riferimento alle cose distribuite nel-

lo spazio, allo spazio come *essere-tra*, come ciò che c'è tra una cosa ed un'altra, ed il fatto che si possa anche dire che tra una cosa ed un'altra non c'è *nulla* rappresenta naturalmente l'inizio di un problema per la filosofia dello spazio in genere. È interessante inoltre il fatto che si parli di *distantia* – questo è un termine particolarmente ricorrente. L'intervallo è allora proposto come una *linea* cui estremi sono i suoni che lo delimitano. Ed ovviamente non come una linea che vada divagando tra essi, ma come una linea rettilinea, come il percorso più breve tra due punti. L'analogia è in tal caso specificamente geometrica.

Eppure, nonostante questa antica tradizione terminologica, vi è chi potrebbe osservare che alla domanda intorno a che cosa sia l'intervallo tra suoni oggi dovremmo rispondere – con migliore conoscenza di causa e con aderenza alla realtà delle cose – che “intervallo tra i suoni è il *rapporto* tra le frequenze che li generano”; mentre il parlare di distanza tra una nota e l'altra, come se le note fossero dei paletti, ci potrebbe sembrare una risposta grossolana e approssimativa.

Le cose tuttavia non stanno affatto così. Tutta la nostra discussione seguente vorrebbe dare la massima evidenza al fatto che alla teoria dell'intervallo appartengono sia la *distanza* che il *rapporto* secondo intrecci problematici assai ricchi ed interessanti, che tuttavia richiedono, per essere chiaramente compresi che si tenga ben ferma la differenza di piani che essi presuppongono. Questa differenza è stata sintetizzata felicemente da un trattatista dicendo che ciò che i *musici* chiamano *intervallum*, inteso come *distantia* tra un suono più acuto ed uno più grave, gli *aritmetici* chiamano invece *proportio*<sup>1</sup>.

1 Regino Prumiensis, *De Harmonica institutione*: “Et hanc differentiam appellant musici intervallum, arithmetici vero sesquioctavam proportionem. Dicitur autem intervallum soni acuti gravisque distantia”. In questo passo si parla anzitutto dell'intervallo di tono, considerato come intervallo di base; operando poi una generalizzazione ad ogni differenza di altezza tra suoni. Cfr. *Thesaurus Musicarum Latinarum*, TML, <http://www.music.indiana.edu/tml/start.html>. In

## Parte I



### 1. L'intervallo intelligibile

---

In realtà, l'introduzione iniziale dei concetti fondamentali della teoria musica non può che avvenire attraverso una esemplificazione diretta, cioè attraverso l'esibizione di casi pertinenti e di pratiche tendenti a rafforzare ed a confermare la nozione introdotta. Tra queste pratiche non vi è solo la presentazione di esempi, ma anche la loro variazione accorta, che mira ad evitare fraintendimenti, così come anche pratiche verbali che in vari modi – spesso con immagini e riferimenti analogici – chiariscano in che modo gli esempi debbano essere intesi. Solo in un secondo tempo, quando la nozione è stata in questo modo ostensivamente insegnata ed appresa, ha senso proporre caratterizzazioni verbali di stile definitorio – e solo attraverso un'indagine conoscitiva che conduca a risultati soddisfacenti è infine possibile proporre una determinazione che si richiami al sostrato fisico del livello fenomenologico a cui inizialmente è inevitabile attenersi.

Ciò vale naturalmente anche per la nozione di intervallo – ed è anche subito chiaro che la sua definizione in termini di rapporto tra frequenze ha come contesto di riferimento proprio il sostrato fisico, e quindi può intervenire solo ad un grado evoluto di elaborazione teorico–conoscitiva del problema. Si tratta propriamente di un sapere che riguarda la pura produzione oggettiva dell'evento sonoro. Occorre allora essere in chiaro su questo punto: quando un suono viene prodotto

attraverso operazioni dirette su uno strumento musicale, si ha una produzione *oggettiva* di frequenze in determinati rapporti tra loro, ma è appena il caso di notare che il sapere corrispondente non appartiene senz'altro a questo modo di produzione così come è estraneo al senso dell'ascolto.

Naturalmente possiamo senz'altro dire, a buon diritto, che nella percezione di un intervallo si percepiscono rapporti tra note, ma le note saranno in tal caso il fatto uditivo stesso, mentre il termine di rapporto non ha, in questo caso, il senso aritmetico ben determinato che esso detiene quando si parla dell'intervallo come rapporto tra frequenze, e dunque tra i numeri corrispondenti. Il senso della parola va invece riferito alla relazioni che si istituiscono tra le note in quanto fatti sonori specifici, relazioni che sono a loro volta date alla percezione – ad esempio, la relazione di maggiore o minore gravità dell'un suono rispetto all'altro oppure la relazione consonantica o dissonantica che può sussistere tra essi.

Diversamente stanno le cose per quanto riguarda la produzione tecnica del suono: se intendo produrre un certo intervallo mediante un calcolatore, la definizione dell'intervallo come rapporto tra frequenze ci insegna l'essenziale, e di questo sapere non possiamo certo fare a meno. Sappiamo che si dovranno inserire, in entrata, a titolo di parametri, certi determinati numeri di frequenza che stanno tra loro in un certo rapporto, per ottenere, in uscita, un determinato intervallo.

Ora, dobbiamo subito richiamare l'attenzione sul fatto che l'*intervallo udito* si presenta proprio secondo l'analogia geometrica del segmento, come linea, distanza tra "punti sonori". L'intervallo come *spatium* non è dunque affatto un modo improprio e approssimativo di definirlo, ma, come noi diremmo, *un'illustrazione immaginativa adeguata del suo concetto*, come concetto costituito sulla base dell'esperienza uditiva.

Questa differenza tra l'intervallo inteso come rapporto e l'intervallo inteso come distanza rimanda in realtà a dispute molto antiche. Potremmo dire che esse cominciano ad affiorare e ricevono pieno sviluppo già agli albori della riflessione



teorica sulla musica. Occorre infatti notare che, per arrivare a formulare l'idea dell'intervallo come rapporto, non si deve attendere lo sviluppo di un pensiero scientifico evoluto fino al punto di poter formulare la nozione di frequenza e di essere in grado di padroneggiarla con i necessari apparati tecnici. Già nella fase più antica del pitagorismo, attraverso le misurazioni con il monocordo, gli intervalli consonantici di ottava, di quinta e di quarta erano noti nei loro rapporti aritmetici di 2:1, 3:2 e 4:3; e così anche l'intervallo di tono come intervallo differenziale tra quinta e quarta era riconosciuto corrispondente al rapporto di 9:8. Queste cognizioni tuttavia non vengono acquisite sulla base di una precisa consapevolezza intorno ai processi fisici che generano i suoni. In realtà, l'idea che il suono abbia origine da un qualche movimento è tutt'altro che estranea alla speculazione greca, ed anzi essa viene esplicitamente teorizzata. Si arriva anche a prospettare una stretta connessione della maggior velocità del movimento con i suoni acuti e della minore con i suoni gravi. Questi primi inizi di una teorizzazione fisica poggiano sulla semplice osservazione: in circostanze particolari, ad esempio nel caso dell'emissione del suono da strumenti a corda, vi è la consapevolezza immediata del gesto che provoca il suono – il pizzicare la corda – come un gesto che dà corso ad un movimento. La vibrazione della corda è del resto un fatto che sta letteralmente sotto i nostri occhi. Tuttavia una cosa è il *vedere* tutto questo, un'altra è riuscire a fornire un'analisi coerente che sappia chiaramente distinguere le componenti essenziali dell'evento complesso che qui ha luogo. La semplice osservazione non basta nemmeno a identificare con chiarezza il tipo di movimento, dove propriamente esso si verifichi, che cosa sia esattamente ciò che si muove – né si riesce a distinguere chiaramente la produzione del suono dalla sua propagazione. Per arrivare a capire che tipo di movimento avviene in una corda vibrante occorre attendere i secoli XVII–XVIII, e per ottenere una chiarezza autentica anche oltre. La teoria greca si spinge sino a cogliere una possibile connessione tra maggiore o minore ve-

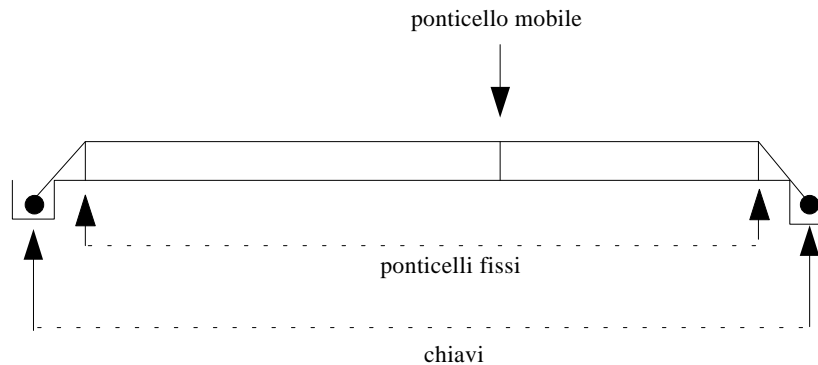
locità del movimento e il grado di maggiore o minore acutezza del suono emesso, ma il senso di questa connessione non può che rimanere oscuro in assenza di una precisa determinazione del tipo di movimento che è qui in questione.

Nella *Divisione del canone*, attribuito ad Euclide, si spiega fin dall'inizio che il suono è causato da un urto e questo da un moto. E che la maggiore o minore acutezza dipende dalla frequenza o minore frequenza del moto. "In caso di quiete e di assenza di moto si ha silenzio; se c'è silenzio e non si danno corpi in movimento, non si ha percezione uditiva: per poter udire qualcosa è dunque necessario che si siano prima verificati urto e moto. Ne discende: siccome ogni suono è causato da un urto e questo è impossibile se non è preceduto da un moto e siccome i moti possono essere di maggiore o minore frequenza e ai primi si debbono i suoni più acuti, ai secondi i più gravi, saranno necessariamente più acuti i suoni risultanti da moti di maggiore entità e frequenza più gravi gli altri". Si noterà subito che a partire di qui non è affatto facile a partire di qui effettuare il passaggio al rapporto numerico. Esso avviene infatti piuttosto faticosamente sulla base di un poco convincente ragionamento sulla composizione del moto e sulla riconduzione del problema alla nozione di intero e di parte. Poiché il moto può essere accresciuto o diminuito, queste operazioni possono essere considerate come un'aggiunta o una sottrazione di parti cosicché il moto può essere concepito come composto di parti. "Ma tutte le cose che si compongono di parti si dice che sono in reciproco rapporto numerico, e perciò necessariamente diremo che anche i suoni stanno in reciproco rapporto numerico"<sup>2</sup>.

Il riferimento esemplare alle corde ci libera da queste incertezze sulla fisica del suono e consente, attraverso le misure

<sup>2</sup> L. Zanoncelli, *La manualistica musicale greca*, Guerini, Milano 1990, p. 39 (in seguito indicato con L.Z.). Luisa Zanoncelli ha arricchito la traduzione dei trattati con un commento assai denso al quale si rimanda per spiegazioni più dettagliate.

delle lunghezze e i loro rapporti, di passare direttamente e coerentemente al versante aritmetico. Il monocordo con il suo ponticello mobile:



consente di prescindere da differenze fisiche difficilmente controllabili, come lo spessore delle corde, il materiale da cui sono fatte e il grado di tensione, proponendo una *prima astrazione* che fa della cosa risuonante una pura lunghezza che può essere misurata. Con vari accorgimenti, potrà essere agevolata la pratica della misurazione – si potranno apporre tacche per facilitare i confronti, e le limitazioni e le complicazioni derivanti dall'impiego di una sola corda potranno essere tolte dall'impiego di più corde accordate all'unisono e di più ponticelli mobili. Quando si parla di canone o di monocordo non bisogna affatto pensare al fatto che questo strumento sperimentale debba necessariamente consistere in un'unica corda, nonostante il nome. Il punto importante in ogni caso è che in tutte queste sue possibili varianti, il monocordo propone la corda, sarei quasi tentato di dire, come *segmento che risuona* – dunque *non come entità geometrica vera e propria e nemmeno come entità fisica piena e completa*. L'attenzione dell'osservatore viene così distolta dai fenomeni vibratorii, ed il suo interesse si dirige in modo esclusivo alle lunghezze delle corde ed ai loro rapporti. In questo modo si potrà realizzare una stretta correlazione tra fenomeni uditivi rilevanti come sono gli intervalli

consonantici fondamentali e determinate relazione numeriche che valgono in primo luogo come misure di lunghezze.

Nello stesso tempo si prepara una *seconda* importante *astrazione* rispetto alla quale ancora l'osservazione fornisce fino ad un certo punto una guida. In proposito va notato che, mentre il monocordo era lo strumento in cui la pratica della misurazione poteva realizzarsi nel modo più agevole, e non vi è da dubitare che di fatto esso fosse al centro delle sperimentazioni pitagoriche, esso non rappresenta affatto il protagonista dei racconti delle prime sperimentazioni pitagoriche. Nella storia del “fabbro armonioso” narrata da Nicomaco di Gerasa<sup>3</sup>— si tratta invece di martelli, di pesi e di rapporti tra i pesi. Le corde intervengono anche in questo racconto, ma ciò che si tenta di misurare è la loro tensione mediante pesi. Ippaso di Metaponto sperimentò con dischi metallici, a quanto sembra, realizzando dischi di eguale diametro e di spessore regolato secondo i rapporti consonantici, mentre di Laso di Ermione si racconta che egli sperimentasse con vasi riempiti d'acqua in varie proporzioni<sup>4</sup>. Non stiamo qui a discutere sui dettagli di queste sperimentazioni leggendarie: con i pesi non si ottengono gli stessi risultati che con le corde tese e d'altra parte non sembra affatto facile costruire vasi che possano essere accordati in ottava o in quinta variando la proporzione di acqua nel loro interno. Il punto importante che mostrano queste storie è che non appena si pone il problema dell'esistenza di un rapporto, vi è anche la consapevolezza che sia possibile variare totalmente il mezzo (il “corpo sonoro”) di produzione del suono ottenendo lo stesso risultato uditivo, a patto di mantenere identico il rapporto numerico. Così nella sperimentazione di Laso una consonanza di quinta verrà ottenuta con vasi contenenti rispettivamente 3 e 2 parti di acqua. Il rapporto

<sup>3</sup> L. Z., p. 155.

<sup>4</sup> Teone di Smirne, *Esposizione delle conoscenze matematiche utili per la lettura di Platone*. Si può leggere questo testo nella trad. franc. con testo a fronte di J. Dupuis, Paris, 1892, p. 97.

numerico resta costante – tutto il resto può variare. Dunque non è questione di corde, di vasi o di pesi<sup>5</sup>. Corrispondentemente, passa in secondo piano il fatto che il numero intervienne normalmente come misura di una grandezza, ad es. nel caso delle corde come lunghezza relativa delle corde tra loro. Quelle storie, nella loro varietà, ed in assenza di una spiegazione causale soddisfacente, mostrano la possibilità di una generalizzazione che tende a dare la massima enfasi al rapporto numerico *come tale*, rendendolo del tutto indipendente da ogni riferimento alla cosa materiale. È dunque il rapporto numerico *in sé* che viene correlato al fenomeno uditivo. Laddove vi sia una consonanza di ottava dobbiamo assumere che da qualche parte sia attivo il rapporto 2:1. A titolo di causa? In realtà per quanto riguarda le spiegazioni propriamente causali la risposta prevalente andrà sempre in direzione del tema del movimento, senza che questi spunti per una teoria fisica riescano ad incontrarsi con la teoria aritmetica, come se la spiegazione degli eventi sonori e la problematica relativa ai rapporti intervallari potessero procedere su cammini differenti. La teoria aritmetica a sua volta non propone una vera e propria spiegazione, ma deve cercare un contesto, piuttosto che nella fisica del suono, in una concezione della musica nella quale si cominciano a distinguere due versanti: il versante della pura sensibilità, che si arresta al piacere immediato che la musica è in grado di suscitare (*delectatio*), e il versante più profondo (*veritas*), che può essere attinto solo in un affermamento intellettuale, nel quale è dominante il rapporto numerico. Si tende così a stabilire una correlazione secondo la

<sup>5</sup> E. A. Szabò, *The Beginnings of Greek Mathematics*, Reidel, Boston 1978: “Clearly the Pythagoreans wanted to show that other kinds of experiments led to the same proportional numbers for the consonances as did those original experiments with the monochord and canon. This explains why these same Pythagoreans could subsequently hold the view that the empirical method used to ascertain the proportional numbers of the consonances was a secondary matter. The actual numerical ratios of consonances which had been established once and for all were important to the Pythagoreans, not the empirical method used to ascertain them” (p. 121).

quale il livello sensibile tende a rispecchiare quello intellettuale, correlazione che diventa tanto più pregnante quanto più essa mette in questione la struttura profonda della realtà. La teoria dell'intervallo come rapporto si afferma sullo sfondo di concezioni filosofiche che enfatizzano l'essenza numerica del reale. D'altra parte l'intervallo che si propone all'interno di queste considerazioni come rapporto numerico non è l'intervallo che si dà alla *percezione*, ma è piuttosto è l'intervallo udito *in quanto* viene *reso intelligibile* dal rapporto numerico.

Queste idee, che cominciano a delinearsi sul terreno nell'antico pitagorismo, orientavano dunque l'attenzione sull'intervallo concettualizzato come rapporto aritmetico. Il termine greco per indicare il rapporto – merita rilevarlo – è una parola assai impegnativa per la storia della filosofia e della scienza: si tratta della parola *logos* (λόγος). L'intervallo aritmeticamente interpretato è l'intervallo colto nella sua *ratio*. La parola latina è altrettanto ambivalente quanto quella greca. Al significato matematico speciale si aggiunge certamente una valenza di senso che mira ad un orizzonte più ampio. *La possibilità di porre un rapporto a fondamento di un fenomeno rappresenta una condizione di intelligibilità*. Diventa così possibile formulare l'ipotesi che il significato primario di *logos* fosse proprio quello matematico, il quale poi, nell'orizzonte di un atteggiamento intellettuale come quello pitagorico, assume il suo più ampio senso filosofico<sup>6</sup>. Se, come talvolta è stato so-

<sup>6</sup> Secondo quanto sostiene A. Szabò, op. cit., il termine *logos* aveva originariamente nel linguaggio corrente il significato di “una serie di cose”, “una collezione di certi oggetti o di numeri” e di qui assume un significato più tecnico come “relazione tra due numeri”, venendo a far parte del linguaggio matematico e musicale. L'ambivalenza con il significato di “ragione”, “pensiero” e simili, sorge nel contesto della filosofia pitagorica sorge. “There are innumerable passages from the literature on the theory of music which could be quoted to show that on some occasions it is not at all easy to distinguish sharply between these two meanings (*logos* as ‘numerical ratio’ and *logos* as ‘understanding’ or ‘reason’)” (p. 169). “This ambiguity in the meaning of the word *logos* (relation between two numbers, and rational thought or reason) was naturally of considerable impor-

stenuto, la scoperta dei rapporti aritmetici corrispondenti alle consonanze è stata una delle scoperte primarie intorno alla quale poteva cominciare a prendere corpo l'idea stessa della "legge", si comprende l'importanza, non solo per la musica, di questo primo passo: così come l'entusiasmo pitagorico per essa: non si trattava solo di una bella scoperta per filosofi che erano anche musicisti e cantori, ma di una conferma della possibilità di pervenire ad un'autentica conoscenza della natura delle cose<sup>7</sup>.

Sul versante propriamente musicale questo orientamento aveva come conseguenza il fatto di riportare ogni problema riguardante la teoria degli intervalli ad un problema puramente aritmetico. Tutta la teoria musicale è attraversata da tentativi di far prevalere risposte di ordine aritmetico a domande che dovrebbero interessare in realtà il puro livello dell'esperienza uditiva. Un intervallo è una consonanza autentica? Occorrerà considerare i numeri della frazione corrispondente ad essa. Si può "dimezzare" un certo intervallo? In luogo di dare senso all'espressione "metà dell'intervallo" tentando di individuare un qualche corrispondente percettivo ad essa ovvero una situazione percettiva in cui sembrerebbe giustificato il suo impiego, ci si chiede se l'operazione di "dimezzamento" conduce ad un intervallo esprimibile come

---

tance for those Pythagoreans who wanted to view the 'rationale' of the universe in terms of *number*" (p. 170).

<sup>7</sup> T. Gomperz, *Pensatori greci*, I, trad. it. Nuova Italia, Firenze, p. 159: "È questa una delle imprese più fortunate che conti al suo attivo la *storia della scienza*" (corsivo mio). "Poiché mentre in altri casi – si pensi alla legge della caduta dei gravi e a quella del movimento – le leggi fondamentali rimangono profondamente nascoste... qui bastò l'esperienza più semplice che si possa immaginare per mettere in piena luce un principio al quale è sottoposta un'immensa cerchia di fatti della natura. Gli intervalli tra i suoni (di quarta, di quinta, di ottava, ecc.) distinti fino ad allora con sicurezza soltanto dall'orecchio fine ed esercitato del musicista, senza poterli ricondurre a cause intelligibili ed esattamente identificabili, venivano ora legate a rapporti numerici stabili e chiari. Era posta la base di una meccanica dei suoni: quale altra meccanica poteva, dopo ciò, apparire inaccessibile? Grande fu l'entusiasmo provocato da questa meravigliosa scoperta..." (p. 160).

rapporto tra numeri interi. Nella teoria greca gli esempi più clamorosi, che suscitarono vivaci discussioni nella trattatistica, sono in effetti la “divisibilità” in due metà esatte dell’intervallo di tono determinato in  $9/8$ , negato dai pitagorici sulla base di considerazioni aritmetiche<sup>8</sup> e il carattere consonantico dell’undicesima (ottava+quarta), negato dai pitagorici sulla base del carattere non epimorio (superparticolare)<sup>9</sup> e non multiplo del rapporto che sta alla sua base ( $8/3$ ). Quest’ultimo caso è interessante per il fatto che presso il pitagorismo più antico l’evidenza percettiva del carattere consonantico della ottava+quarta veniva negato sulla base di un pregiudizio matematico, mentre veniva pacificamente ammesso il carattere consonantico dell’ottava + quinta il rapporto che lo caratterizzava ( $3/1$ ) era un multiplo di un rapporto epimorio ( $3/2$ )<sup>10</sup>. Il superamento di questa negazione avviene peraltro attraverso aggiustamenti dello schema matematico di base cercando di mantenere il quadro essenziale dell’impostazione teorica. Di fronte a problemi concernenti la “qualità” degli intervalli, si cerca si cerca di conferire ad essi una forma tale da poter esse-

<sup>8</sup> In termini moderni: la radice quadrata di  $9/8$  è un numero irrazionale. Il dimezzamento di un rapporto era affrontato attraverso considerazioni sulla media geometrica dei suoi termini. Nella *Divisione del canone* attribuito ad Euclide si dimostra al punto 3 che “di un intervallo espresso da un rapporto superparticolare non si danno né uno né più medi in proporzione geometrica” ed al punto 16 si ribadisce che per questa ragione “il tono non è divisibile in due o più parti equali”. Cfr. L.Z. p. 43 e p. 53.

<sup>9</sup> Venivano chiamati epimori, secondo la terminologia greca, oppure superparticolari, secondo la terminologia latina, i rapporti di forma  $(n+1)/n$ . Il modello era appunto rappresentato dalle consonanze di base.

<sup>10</sup> Cfr. André Barbera, *The consonant eleventh and the expansion of the musical Tetractys: a study of ancient Pythagoreanism*, Journal of Music Theory, vol 28, 1984 pp. 191-223. Molto indicativa anche la teoria dei gradi di consonanza di cui parla Tolemeo fondata su trasformazioni calcolistiche dei rapporti intervallari. Su questa teoria come sul problema del carattere consonantico della ottava+quarta prende posizione Tolemeo, *La scienza armonica*, 1.6, ora finalmente nella bella traduzione italiana curata da Massimo Raffa (ed. Edas, Messina 2002), che ha fatto opera meritoria nel corredare questa traduzione con un vasto commento. Ad esso si rimanda, in particolare pp. 302 seg., per un più diffuso esame delle teorie indicate.



re decisi da un calcolo, tenendo conto, più che dell'intervallo udito, dell'intervallo intelligibile. La piena intelligibilità è poi data anzitutto dalla possibilità di esprimere un intervallo in termini di rapporto tra numeri interi. Questo atteggiamento si mantiene in tutta la tradizione teorica fino in età moderna. Ancora oggi sono in molti ad essere convinti che il nostro semitono temperato, per quanto invalso nell'uso, non sia in ogni caso "legittimo" *per il solo motivo*, che non riguarda evidentemente alcun aspetto propriamente musicale, che esso ha alla sua base un numero irrazionale. L'origine di questo pregiudizio deve essere certamente ricercata in questa remota fondazione della teoria.



### 3. L'intervallo visibile

---

Vi è da chiedersi se la concezione dell'intervallo come *spatium* piuttosto che come *ratio* sia rimasta del tutto estranea al pitagorismo. Tanto più che nella teoria musicale greca in genere per indicare l'intervallo si usa normalmente la parola *diasthema* (διάστημα), che è correlata ad un verbo (δίστημι) il cui senso prevalente sembra essere “separare, dividere, divaricare”, richiamandosi quindi ad un'area semantica non troppo diversa da quella della parola latina *intervallum*. I dizionari suggeriscono in proposito, come traduzione italiana, oltre che intervallo, anche interstizio, distanza, lontananza. Nel senso di “distanza” questo termine viene impiegato negli *Elementi* di Euclide<sup>11</sup>. In realtà la risposta deve essere affermativa – in effetti quella concezione rimane estranea al pitagorismo – ma questa risposta può venire solo dopo aver seguito un percorso piuttosto tortuoso ed assai ricco di interesse.

Potrebbe sembrare che una concezione come quella pitagorica tendente a fare del numero la sostanza del reale – e quindi orientata in una direzione che riduce le manifestazioni sensibili a pure apparenze – sia caratterizzata da una valorizzazione del “pensiero puro” piuttosto che di un pensiero che si appoggia a dati dei sensi o a elementi immaginativi. L'importanza che riceve l'associazione simbolica nella teoria del numero del pitagorismo mostra invece che ciò è vero solo in mi-

<sup>11</sup> Terzo postulato: “Che si possa descrivere un cerchio con qualsiasi centro e distanza (διάστημα)”. Cfr. André Barbera, *Arithmetic and geometric divisions of the tetrachord*, «Journal of Music Theory», 1977, n. 21, p. 300.

nima parte. In una diversa direzione vanno anche altri aspetti significativi dell'elaborazione pitagorica, come la rappresentazione dei numeri mediante configurazioni di punti ( $\psi\eta\phi\omicron\iota$ ), i cosiddetti *numeri figurati*. Su di questi è necessario soffermarsi almeno un istante come una sorta di *introduzione* alla problematica che intendiamo ora trattare sotto il titolo singolare di “intervallo *visibile*”.

Spesso si sostiene che scopo dei numeri figurati sia quello di proporre una “geometrizzazione” dell'elemento aritmetico. Io credo piuttosto che sia più corretto parlare di essi come di un vero e proprio metodo di notazione tendente a rendere evidenti (visibili) relazioni interne tra numeri e la loro costituzione interna<sup>12</sup>.

Un esempio di numero figurato particolarmente interessante per le implicazioni di ordine musicale è una delle configurazioni simboliche più famose del pitagorismo, che valeva



anche, insieme al pentagono stellato, come una sorta di emblema della scuola, la *tetractys* (τετράκτυς). I pitagorici si resero conto molto presto che nei rapporti degli intervalli consonantici fondamentali  $2/1$ ,  $3/2$ ,  $4/3$  comparivano ordinatamente i primi quattro numeri naturali, il cosiddetto “*quaternario*”:

1 2 3 4

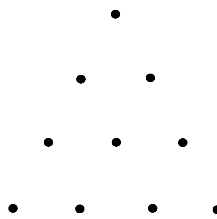
Quanto all'intervallo di tono ( $9/8$ ), prodotto in stretta con-

<sup>12</sup> Ho accennato a questo problema in *Numero e figura. Idee per un'epistemologia della ripetizione*, reperibile in Internet, all'indirizzo seguente: <http://filosofia.dipafilo.unimi.it/~piana/pianaidx.htm>

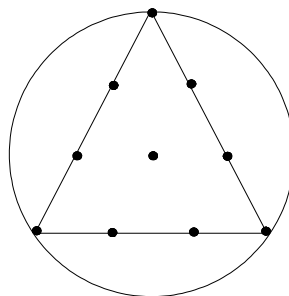
nessione con i rapporti consonantici, in quanto risultante dalla determinazione della quarta e della quinta, essi si avvidero che anch'esso poteva essere ricondotto facilmente al quaternario essendo  $9 = 3^2$  e  $8 = 2^3$ . Non solo dunque questo intervallo dissonantico, veniva prodotto attraverso le consonanze, ed era in certo senso annidato tra esse<sup>13</sup>, ma esso era anche il risultato di un rapporto che conteneva in sé i numeri della consonanza più completa. Tutti questi rapporti avevano poi questo in comune: il numeratore era sempre maggiore di una unità rispetto al denominatore. I pitagorici furono colpiti da queste circostanze. Faceva certamente parte dell'atteggiamento intellettuale che abbiamo or ora schizzato il ritenere particolarmente significativo questa ricorrenza del rapporto epimoro – come se si fosse trovata una legge nella legge, una legge comune alle leggi dei rapporti consonantici – al punto da ritenere che in questo carattere del rapporto fosse racchiuso il *segreto* del *buon* intervallo, ovvero di un intervallo in sé intrinsecamente giustificato. Inoltre essi furono colpiti dal fatto che un fenomeno come la consonanza – così denso di risonanze rispetto ad una possibile immagine del cosmo – fosse riconducibile ai *primi numeri* della serie infinita dei numeri naturali. In una prospettiva che considera la sua costruzione secondo una inclinazione immaginativa, i primi numeri della serie non possono in realtà essere considerati alla stregua di altri numeri qualunque appartenenti ad essa. Essi hanno invece un carattere che gli altri numeri non hanno: non tanto di primi elementi nel senso dell'ordine, ma di elementi primi nel senso di elementi che stanno alla base della costituzione e della generazione. Più precisamente: questa particolare pregnanza di significato doveva essere riconosciuta ai primi dieci numeri, e dunque al numero dieci, che d'altronde fornisce la base del sistema notazionale. Il dieci a sua volta può essere raggiunto mediante la somma successiva dei primi quattro numeri. In questo modo

<sup>13</sup> Nella figura, tratta da B. Münxelhaus, op. cit, fig. 11, il martello levato in alto allude appunto al tono tra la quarta e la quinta.

ci si ricollega al tema del quaternario. Tutto questo intreccio di motivi di ordine aritmetico, immaginativo, musicale e speculativo si trova mirabilmente sintetizzato nella configurazione della *tetractys*. Essa si presenta come una figura costituita di punti disposti nel modo seguente:



I punti sono dieci, ogni lato è formato da quattro punti e, cominciando da uno qualunque dei tre vertici, possiamo trovare il “quaternario” nell’ordine suo proprio: 1, 2, 3, 4. Ciascuno di questi numeri rimanda poi ad un’interpretazione “geometrica” di ordine generale: l’1 ovviamente al punto e il 2 alla linea; il 3 al triangolo come la prima figura bidimensionale producibile e il 4 al tetraedro (con allusione ai suoi quattro vertici) come il più semplice di solidi regolari. La totalità dell’ordine spaziale è emblematicamente presente in essa così come la totalità della serie aritmetica che viene prospettata appunto attraverso il numero dieci. La figura ha poi un punto centrale nel quale si può puntare un compasso e tracciare un cerchio – da sempre immagine di compiutezza e di perfezione – che sia circoscritto al triangolo.



Si comprende dunque quale pregnanza di significato potesse assumere, integrata in questo contesto, la scoperta dei rapporti consonantici elementari e la possibilità conseguente di interpretare la *tetractys* in senso musicale.

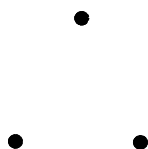
Tuttavia il porre semplicemente l'emblema sotto i nostri occhi come una forma triangolare compiuta è del tutto fuorviante. Fuorviante è soprattutto l'interpretazione di questa figurazione come una sorta di rappresentazione geometrica del numero. Una soverchia insistenza su questo punto ci priva di cogliere l'effettivo orientamento intellettuale che sta alla sua base. In effetti, i pitagorici parlavano, con analogia geometrica, di numeri triangolari, quadrati, rettangolari ecc. e talvolta si sottolinea che si manifesterebbe qui una visione "geometrizzante" di rapporti aritmetici che sarebbe tipica della matematica greca in genere. In realtà questo commento è già tendenzialmente erroneo per l'aspetto generale: certo, non vi è dubbio che negli studi dei matematici greci prevalga il pensiero geometrico. Ma occorre comunque tener conto che, *in linea di principio*, la disciplina matematica per eccellenza resta l'aritmetica, e non la geometria – e questo perché nella geometria si sospetta sempre una contaminazione con la realtà da cui l'aritmetica sembra immune, avendo una generalità che manca alla geometria<sup>14</sup>. Inoltre è sbagliato considerare il numero figurato come una mera rappresentazione geometrico-spaziale del numero. Che qui esista un problema ci dovrebbe mettere già sull'avviso il fatto che la figura è costruita di *punti*: essi certamente vengono disposti secondo una configurazione caratteristica, una *Gestalt*, si sarebbe tentati di dire, in base alla quale essi possono essere visti ad esempio, in uno sguardo

<sup>14</sup> Questa posizione è tipica proprio del pitagorismo ed è formulata con chiarezza da Giamblico: l'aritmetica sta prima di ogni altra disciplina matematica perché è la più lontana della realtà empirica, mentre la geometria ha un presupposto nella corporeità sensibile delle cose. Cfr. *Sulla introduzione all'aritmetica di Nicomaco*, trad. it. con testo a fronte a cura di Francesco Romano, in Giamblico, *Il numero e il divino*, Rusconi, Milano 1995, p. 213

d'insieme, come un triangolo. Ma in questo sguardo d'insieme ciò che finisce con l'avere importanza sono le linee "virtuali" che collegano i punti, e precisamente i punti più esterni attraverso i quali dobbiamo vedere i lati della figura. Con ciò viene deviata l'attenzione dal problema principale: ciò che importa è il modo di costruzione della figura che proprio nel punto (e quindi nell'1) ha la sua origine e il suo sviluppo, ed è da questo modo di costruzione che dobbiamo trarre il suo senso.

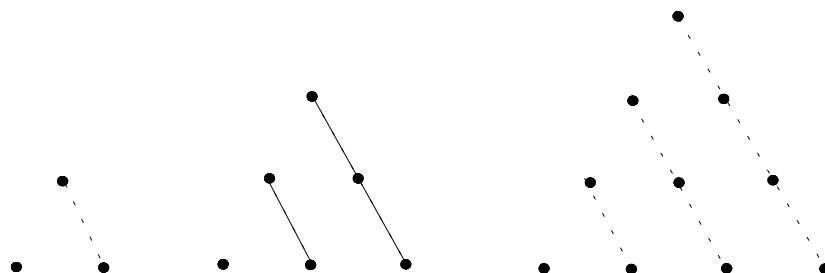
Come nasce dunque un numero figurato? Nasce da una procedura che assume un punto o eventualmente due punti come elemento di base e si sviluppa secondo una regola resa subito evidente dall'esempio. Il suo scopo è quello di proporre una *notazione* per i numeri – ovvero, se non vogliamo usare il termine di notazione ritenendolo troppo impegnativo, – *un metodo diagrammatico* di presentazione dei numeri tale da *rendere visibili*, attraverso di esso, proprietà e relazioni interne, rendendo anche possibili classificazioni, calcoli, dimostrazioni.

Una notazione per il numero 3 può essere naturalmente la seguente:



Ma in luogo di cogliere, in uno sguardo sintetico, i tre punti in quanto prospettano linee, occorre analizzare la figura come risultato di due passi operativi: il primo consiste nella posizione del punto più a sinistra come elemento iniziale; il secondo nella posizione dei due punti che stanno alla sua destra. Potrebbe forse essere utile tracciare linee tratteggiate di congiunzione tra i punti, non già per evidenziare forme geometriche, bensì per mostrare la successione dei passi attraverso cui la figura viene costruita. In questo modo non solo risulta chiara la

regola di costruzione, ma anche la possibilità di iterarla a piacere in modo ricorsivo<sup>15</sup>.



Tenendo conto di ciò la nozione di “numero triangolare”, più che rimandare ad una figura geometrica, e quindi ad una tipologia meramente descrittiva che chiama in causa la pura e forma esterna, rappresenta invece un “concetto” operativamente fondato. Diciamo che un numero è triangolare quando può essere ottenuto attraverso l’applicazione iterata della regola corrispondente e quindi quando appartiene alla serie ordinata dei numeri triangolari: (1), 3, 6, 10, 15, ecc. In margine si noti anche, che guardando i numeri triangolari crescere dall’1 da sinistra verso destra, vediamo anche dipanarsi la serie ordinata dei numeri naturali. La rappresentazione per punti dunque ci fa sempre mantenere sul terreno di considerazioni aritmetiche; ma non meno importante è richiamare l’attenzione sul fatto che, sulla base di questo modo di intendere la figura, risulta meglio chiarita la funzione fondamentale che l’elemento geometrico–figurale assolve sia per operazioni di concettualizzazione (e quindi per la realizzazione di classificazioni e tipologie) sia per la *visibilizzazione* delle relazioni aritmetiche rendendo possibili forme di calcolo altrimenti difficili da realizzare.

Naturalmente non siamo qui interessati ad entrare

<sup>15</sup> L’interesse dei pitagorici per strutture ricorsive spesso non è nemmeno accennata in celebrati sommari di storia della matematica – ad es. M. Kline, *Storia del pensiero matematico*, Einaudi, Torino, 1991.



all'interno della complessa tematica che gravita intorno ai numeri figurati ed ai modi del loro impiego. Questo cenno ci serviva soprattutto mostrare l'orizzonte di idee entro cui si afferma nel pitagorismo una concezione "lineare" dell'intervallo. Questa concezione tuttavia, come subito vedremo, mantiene uno legame strettissimo con l'idea del rapporto aritmetico, e dunque anche con il monocordo.

In effetti la via attraverso la quale è fin dall'inizio presente nel pitagorismo l'elemento lineare è quella della corda del monocordo. Oltre i vantaggi offerti dalla semplicità delle verifiche, soprattutto nelle sue varianti a più corde, attraverso il monocordo veniva suggerito anche un modo piuttosto semplice di venire a capo delle relazioni numeriche corrispondenti. La linearizzazione del rapporto rappresenta gli inizi arcaici in cui non esiste alcun calcolo frazionario vero e proprio, ed i numeri non sono ancora considerati come entità astratte, ma come attributi concreti di qualcosa, ed in primo luogo, nel nostro caso, delle lunghezze delle corde.

Vogliamo vedere di che si tratta. Occorre anzitutto portare l'attenzione sul fatto che, nei vari racconti sulla scoperta di Pitagora, si giunge invariabilmente a formulare i rapporti non nei termini del quaternario puro e semplice, ma con numeri che messi in rapporto tra loro riconducevano al quaternario. Questi numeri che potremmo caratterizzare *come forma modificata del quaternario* erano propriamente:

$$6 \quad 8 \quad 9 \quad 12$$

Anche nella favola del fabbro armonioso, nella versione di Nicomaco<sup>16</sup>, alla fine sono questi i numeri che vengono proposti. Questa possibilità è data naturalmente dal fatto che 12 è il minimo comune multiplo dei numeri 1, 2, 3, 4 e i rapporti di 12/6, 12/8, 12/9 sono dunque riducibili a 2/1, 3/2, 4/3 essendo naturalmente  $12/12 = 1$ , la corda *intera*. Resta sottin-

<sup>16</sup> L. Z. p. 155–156

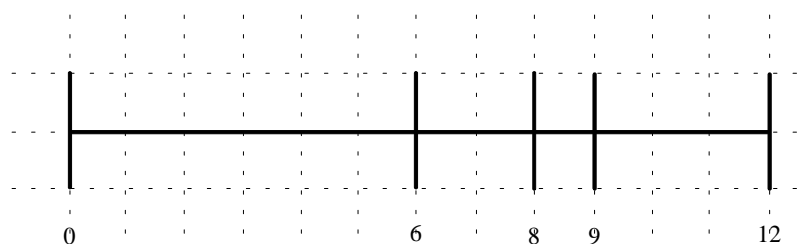
teso che questi numeri si riferiscono ad una divisione del monocordo in dodici tacche. Non è facile per noi oggi, abituati sin dall'insegnamento scolastico elementare, a considerare la "frazione" come una questione puramente aritmetica ed a trattare con essa con regolette che diventano ben presto precetti per una pura manipolazione dei simboli, ritrovare il significato concettuale della "frazione" – che è originariamente legato all'idea dell'*intero* e della *parte* ed alla problematica della *misurazione*. Nell'implacabile svuotamento di contenuto intervenuto nell'insegnamento moderno dell'aritmetica elementare, che nella frazione sia in questione un'intero, il numero delle parti in cui esso viene suddiviso e il numero delle parti che vengono prese in considerazione è un pensiero che deve essere riconquistato con un certo sforzo. Agli albori del pensiero aritmetico nel pitagorismo, non solo questo nesso è in primo piano, ma la riflessione sui rapporti e sulle proporzioni si sviluppa in stretta inerenza agli interrogativi che sorgono intorno agli intervalli musicali. Nulla sembra rivelare questo fitto rintreccio di piani meglio del passaggio alla forma modificata del quaternario e dei suoi motivi. Il testo fondamentale per questo problema, sul quale è interamente basata l'esposizione di questo paragrafo, è lo splendido libro di Arpad Szabò, *The Beginnings of Greek Mathematics* (1978), che mostra fino a che punto agli inizi della matematica greca osservazioni empiriche, considerazioni epistemologiche, filosofiche, matematiche e musicali facciano parte di un unico straordinario fascio di idee. Una delle tesi forti sostenute da Szabò è che "il concetto di *logos*, nel senso di '*ratio* tra due numeri' non esisteva prima della introduzione del canone"<sup>17</sup> e che sia possibile tracciare un percorso che prende le mosse dal rapporto visto attraverso il *diasthema* – inizialmente concepito come segmento con stretto riferimento alle corde del monocordo – al *logos* inteso come rapporto numerico vero e proprio che si autonomizza rispetto all'elemento osservativo

<sup>17</sup> op. cit., p. 133.

prendendo sempre più il profilo di un calcolo puramente numerico. Da questo complesso percorso noi estrapoleremo, all'interno del quadro complessivo che intendiamo tracciare, solo il nucleo essenziale che riguarda la linearizzazione del rapporto.

Si consideri dunque il monocordo suddiviso in dodici tacche numerate. Sulla base di questa suddivisione si individueranno nelle posizioni indicate dai numeri 6, 8, e 9 i punti in cui deve essere disposto il ponticello per ottenere nell'ordine note che si trovano ad intervallo di ottava, di quinta e di quarta rispetto alla nota emessa dalla corda intera che chiameremo "nota di riferimento". Intenderemo le corde pizzicate *sempre sul lato sinistro* – questo è un dettaglio importante – disinteressandoci del tutto di ciò che avviene pizzicando la corda sul lato destro<sup>18</sup>. Il lato destro sarà invece la parte che non solo non viene pizzicata, ma viene eventualmente tenuta ferma per impedirle di vibrare, se a ciò non bastasse la presenza del ponticello.

Consideriamo con attenzione questo semplice diagramma, che può essere considerato come una raffigurazione del monocordo suddiviso in dodici tacche e delle posizioni possibili del ponticello mobile.



Notiamo dunque che, tenendo conto dello zero, possiamo

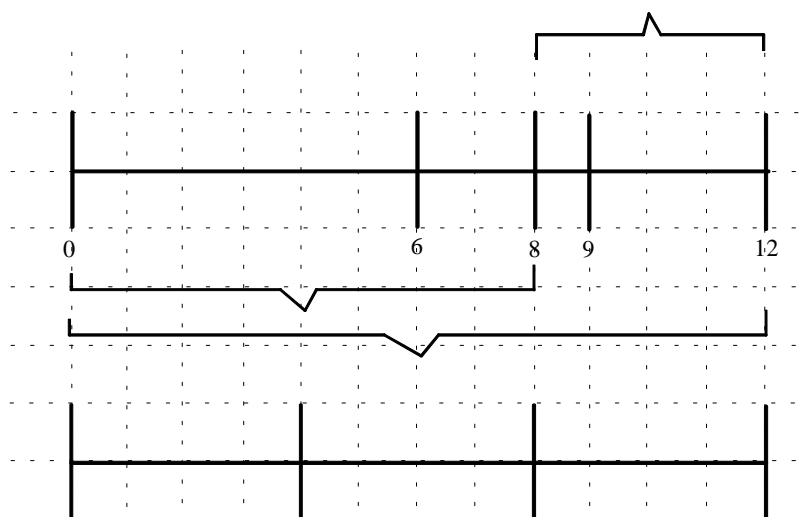
<sup>18</sup> Ad essere precisi: il lato da pizzicare è quello sinistro nella misura in cui la suddivisione avviene a partire da sinistra, ad es.  $2/3$  sono contati da sinistra. Altrimenti varrebbe l'inverso. Si tratta dunque di pizzicare la parte più estesa della suddivisione, che nei nostri esempi si trova a sinistra.

contrassegnare un tratto della corda con la coppia di numeri che stanno ai suoi estremi (ὄροι), ad esempio  $[0,6]$  indicherà il tratto di corda interessato dalla posizione del ponticello in 6,  $[0,8]$  il tratto di corda interessato dalla posizione del ponticello in 8, e così per gli altri casi. I numeri 6, 8, 9, 12 rappresentano evidentemente la misura di questi tratti in dodicesimi<sup>19</sup>. Va da sé che possiamo dimenticarci provvisoriamente del monocordo e badare unicamente alla linea ed ai segmenti in cui è ripartita. Avremo così i segmenti  $[0,6]$ ,  $[0,8]$ ,  $[0,9]$  oltre alla linea intera  $[0,12]$ . Vogliamo ora interessarci alla parte a destra della linea, leggendo i numeri a partire dall'estremo destro come in precedenza dall'estremo sinistro. In particolare notiamo i segmenti contrassegnati da  $[12,6]$ ,  $[12,8]$  e  $[12,9]$ . Questi segmenti hanno come estremi l'estremo destro della linea intera e l'estremo destro dei segmenti precedenti. In forza del fatto che si trovano in una relazione ben definita con questi ultimi, essi possono essere considerati come *rappresentativi lineari dei rispettivi rapporti*, ad esempio il segmento  $[12,8]$  come *rappresentativo lineare* del rapporto intercorrente tra  $[0,12]$  e  $[0,8]$ .

Vediamo in che modo. Anzitutto otteniamo la lunghezza di  $[12,8]$  mediante la semplice operazione di conteggio in figura dei dodicesimi. Si tratta appunto di quattro parti dodicesime. Ora non parleremo per il 4 di massimo comun divisore tra i due numeri, perché l'operazione ora effettuata non è una operazione aritmetica vera e propria. Il 4 vale piuttosto come *unità di misura di secondo ordine*, indicando la grandezza della parte, espressa in dodicesimi, in cui deve essere ripartito l'intero.

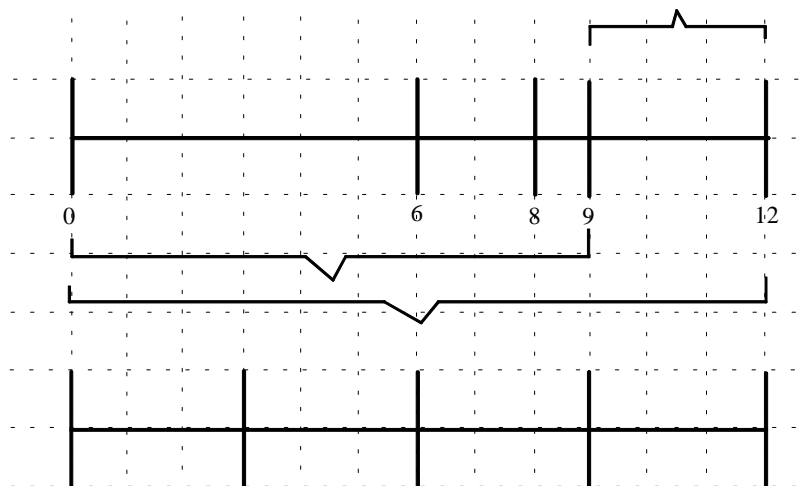
Nello schema che segue il segmento rappresentativo del rapporto viene indicato dalla graffa superiore:

<sup>19</sup> Per rendere chiaro il problema ci siamo permessi alcune semplificazioni, in particolare l'impiego dello zero. A. Szabò (*op. cit.* p. 127) sottolinea che, non essendoci un simbolo corrispondente allo zero, la lunghezza dei segmenti veniva indicata da un solo numero. Nostra è in effetti anche la indicazione mediante coppie di numeri, oltre che le rappresentazioni grafiche.

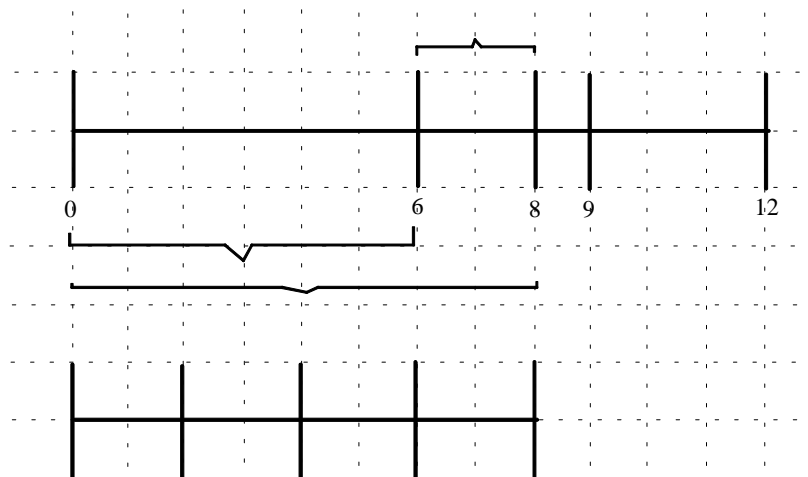


Le lunghezze dei segmenti indicate dai numeri  $[0,8]$  e  $[0,12]$  (di cui deve essere mostrato il rapporto) vengono indicate dalle graffe disposte al di sotto del monocordo, mentre l'ultima linea mostra la partizione in tre della corda intera, ciascuna di quattro dodicesimi, che rende evidente il rapporto di 3 a 2 ovvero di 2 a 3: diremo dunque che  $[0,8]$  sta a  $[0,12]$  come 2 sta a 3 oppure  $[0,12]$  sta a  $[0,8]$  come 3 sta a 2. Naturalmente abbiamo supposto il ponticello posto in 8: pizzicando a sinistra di esso risuonerà una nota che si trova ad un intervallo di quinta (all'acuto) rispetto alla corda intera.

Analogamente il segmento  $[12,9]$  sarà rappresentativo dei due segmenti corrispondenti  $[0,12]$  e  $[0,9]$ . Il ponticello sarà posto in 9 e l'unità di misura di secondo ordine sarà 3, cosicché il rapporto tra i due segmenti sarà pari a  $4 : 3$  ovvero a  $3 : 4$ . Come è mostrato nel diagramma seguente, che deve essere interpretato nello stesso modo del precedente:



Naturalmente questa procedura può essere estesa per realizzare confronti più ampi introducendo le modificazioni opportune. Se ad esempio vogliamo mostrare il rapporto tra  $[0,6]$  e  $[0,8]$ , possiamo assumere come “capotasto” il punto 8 in luogo del punto 12, assumendo dunque come nota di riferimento per la posizione del ponticello in 6 la corda  $[0,8]$ . Come mostra il diagramma si tratterà una quarta sopra questa nota di riferimento, essendo il rapporto linearmente considerato rappresentato dal segmento  $[6,8]$ , di lunghezza è pari a 2 e le partizioni dei segmenti  $[0,6]$  e  $[0,8]$  rispettivamente pari tre e quattro.



L'interesse di una simile ingegnosa escogitazione sta proprio nella possibilità di mettere in relazione intervalli, o per dir meglio, i rapporti che li caratterizzano, senza ricorrere a calcoli frazionari veri e propri e con un'evidenza che la presentazione puramente aritmetica non consentirebbe. Ad esempio, stando a puri rapporti tra numeri come tali può non essere affatto semplice determinare se un rapporto è maggiore o minore di un altro, mentre in questa riduzione alla linearità la soluzione è immediata. La quarta risulta minore della quinta per il fatto che il segmento rappresentativo della quarta  $[12,9]$  è contenuto nel segmento rappresentativo della quinta  $[12,8]$ . Come sappiamo, una "differenza" tra intervalli va realizzata come una divisione dei rapporti corrispondenti, e una "somma" come una moltiplicazione. E accade spesso nella trattatistica antica che si usi la terminologia della differenza e della somma pur fornendo risultati corretti. Questa circostanza si spiega con l'impiego del metodo di "linearizzazione" ora illustrato. Ad esempio, che il tono possa essere definito come "differenza" tra quinta e quarta e che sia pari, come tale, a  $9/8$  lo si legge direttamente dal grafico: secondo lo schema lineare precedente,  $[9,8]$  è in effetti il segmento che risulta dalla

differenza tra  $[12,8]$  e  $[12,9]$ <sup>20</sup>. Scrive Szabò: “Così, se nella teoria greca delle proporzioni il quoziente di due rapporti è descritto come una differenza, la spiegazione storica per questo fatto notevole è che l’operazione che oggi è intesa come divisione di una frazione con un’altra, era originalmente concepita come una operazione su un canone con dodici partizioni ed era semplicemente la sottrazione di una linea più breve da una più lunga”<sup>21</sup>.

Il caso della “somma” è particolarmente notevole perché comporta il riconoscimento della complementarità della quinta e della quarta nell’ottava. In effetti possiamo “vedere” direttamente sul diagramma, senza compiere alcuna operazione aritmetica vera e propria, che il segmento  $[12,9]$  (quarta superiore alla nota di riferimento) “sommato” al segmento  $[9,6]$  (quinta inferiore all’ottava della nota di riferimento) ha come risultato  $[12,6]$  (l’ottava della nota di riferimento) ed a questo stesso risultato si perviene “sommando” il segmento  $[12,8]$  e il segmento  $[8,6]$ . Ciò che qui viene detto “somma” tra segmenti, naturalmente rappresenta una moltiplicazione fra le “frazioni” corrispondenti<sup>22</sup>. Metodi lineari di questo tipo erano probabilmente alla base di calcoli più complessi, e certamente queste procedure vennero generalizzate al di là degli interessi puramente musicali.

Il richiamo alla linea rappresenta dunque una “geometrizzazione” che conduce ad una vera e propria *visibilizzazione dell’intervallo*, il quale peraltro non cessa nemmeno per un attimo di essere inteso come rapporto. E solo per un attimo possiamo dimenticarci del richiamo all’entità concreta, la cor-

<sup>20</sup> Nel calcolo con le frazioni:  $12/8 : 12/9 = 9/8$ .

<sup>21</sup> A. Szabò, op. cit., p. 141. Viene così a cadere l’opinione espressa da L. Laloy, *Aristoxène de Tarente et la musique de l’antiquité*, Parigi 1904, pp. 49–50, secondo cui il pitagorismo più antico non avrebbe potuto essere in grado di riconoscere come  $9/8$  il rapporto differenziale tra la quinta e la quarta, non essendo in chiaro sul fatto che una differenza di intervalli si esprime attraverso un quoziente di rapporti.

<sup>22</sup> Nel calcolo con le frazioni:  $12/9 * 9/6 = 2$  e  $12/8 * 8/6 = 2$ .



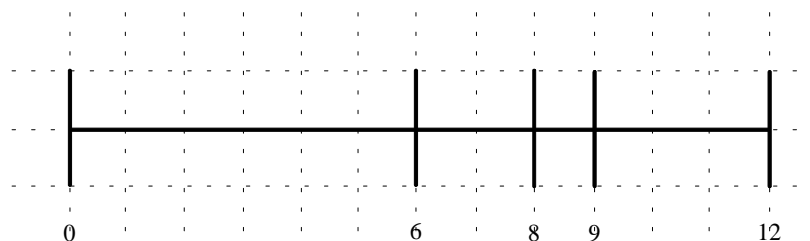
da tesa al monocordo, le tacche incise su di esso, i ponticelli mobili da cui tutto questo modo di impostare il problema ha origine. Ciò che passa del tutto in secondo piano è invece proprio l'intervallo udito. Quando si istituiscono tra intervalli relazioni di minore/maggiore, di essere contenuto dell'uno nell'altro, della "differenza" o della "somma" tra essi si intendono sempre e soltanto i rapporti tra numeri istituiti come misure della lunghezza di corde. Cosicché di fronte alla domanda se la quarta sia "contenuta" nella quinta, si dovrebbe rispondere di non saperne nulla fino a quando non sia stata decisa, in un modo o nell'altro, la questione relativa ai rapporti che stanno alla loro base. In certo senso non c'è altra grammatica per i termini relazionali che quella fornita dal riferimento ai rapporti o ad una loro possibile rappresentazione lineare.

Ma vi è anche un'altra conseguenza importante che incide profondamente, in via di principio, sul modo di concepire l'intervallo. Ogni intervallo infatti viene preso in se stesso, in quanto il rapporto numerico è sufficiente a caratterizzarlo, ed è eventualmente ricucito con l'altro sempre sulla base di considerazioni aritmetiche. Vi sono molti intervalli: l'ottava è uno di questi – essi avranno eventualmente tra loro e con l'ottava determinate relazioni. Attenendosi strettamente a questo ordine di considerazioni non avrebbe molto senso proporre gli intervalli come *partizioni dell'ottava*. Ovviamente gli intervalli considerati lo sono oggettivamente, ma non derivano proceduralmente da una simile partizione. Non vi è *anzitutto* l'ottava, eventualmente individuata a sua volta come segmento rappresentativo dello spazio sonoro concepito come continuo dei suoni, e poi la sua partizione e discretizzazione in intervalli. Naturalmente l'intervallo risulta comunque dalla partizione di un intero. Tuttavia l'intero è la corda stessa, ed essa emette se pizzicata niente altro che la nota singola di riferimento. Restando all'interno del quadro fin qui delineato non potremmo affermare che le partizioni effettuate sulla corda sono *partizioni della ottava*. L'idea dell'ottava come "la

madre di tutti gli intervalli” (Zarlino)<sup>23</sup> si afferma in ambito pitagorico attraverso una riformulazione dell’intero problema degli intervalli fondamentali che rappresenta un nuovo importante contributo della matematica pitagorica. Si tratta del problema delle medie, che resterà per secoli l’ossatura della problematica intervallare.

Di questo problema vogliamo dirne solo quel tanto che può servirci da completamento alle considerazioni precedenti – tanto più che esso può essere sinteticamente trattato proprio approfittando liberamente dei nostri diagrammi, quindi ancora attraverso un’aritmetica “figurata”.

Riconsideriamo dunque la nostra prima partizione della corda:



Abbiamo detto or ora che vi è qui *partizione di una corda*, non *partizione dell’ottava*. Ma naturalmente l’ottava all’acuto della nota di riferimento risuona pizzicando sulla sinistra con il ponticello nella posizione 6. Possiamo dunque dire che il segmento  $[12, 6]$ , corrispondente alle corde  $[0, 12]$  e  $[0, 6]$  può essere considerato come rappresentativo dell’ottava. Cosicché nelle sue partizioni possiamo anche vedere, non semplicemente la partizione della corda, *ma la partizione dell’ottava*. Questo aspetto risulta con particolare chiarezza se teniamo conto del fatto che il diagramma ci insegna non soltanto a

<sup>23</sup> *Istituzioni Harmoniche*, Venezia 1589, libro III, cap. III. Edizione in Cdrom: Gioseffo Zarlino, *Music Treatises*, Thesaurus Musicarum Italicarum, sotto la direzione di Frans Wiering, Università di Utrecht. Tutti i riferimenti a Zarlino sono tratti da questa edizione digitale.

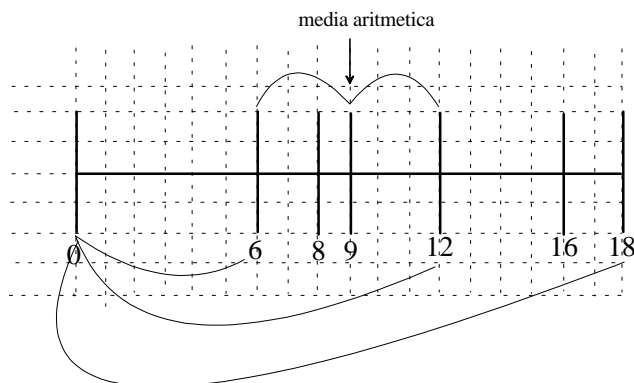
stabilire i rapporti ma anche a confrontarli, ovvero a istituire eguaglianze tra rapporti, ad istituire dunque delle proporzioni ( $\alpha\nu\alpha\lambda\omicron\gamma\acute{\iota}\alpha$ ). Da esso infatti sappiamo subito che

$$12 : 9 = 8 : 6$$

essendo a) il segmento  $[12,9]$  costituito di tre parti, come unità di misura di secondo grado e che in base a questa unità di misura a  $[0,12]$  va attribuito la misura di 4 e a  $[0,9]$  la misura di 3; b) ma analogamente il segmento  $[8,6]$  è costituito di 2 parti come unità di misura di secondo grado, cosicché in base a questa unità di misura a  $[0,8]$  va attribuita la misura di 4 e a  $[0,6]$  la misura di 3. *Il punto di vista da cui ora guardiamo all'insieme sta dunque per mutare.* Ed è proprio in base a questo mutamento di punto di vista che i pitagorici, formulando l'intera problematica in termini di proporzioni, si avvidero di un'altra circostanza notevole della quale alla fine fecero in larga parte dipendere la *perfezione* di questa suddivisione.

Di fronte ad una proporzione come la precedente che mostrava già una forte coesione tra i quattro numeri presi in considerazione, sorse ben presto la domanda se vi fosse una ulteriore relazione non solo tra le coppie 12, 9 da un lato e 8,6 dall'altro, ma tra gli estremi delimitanti lo spazio dell'ottava 12, 6 e il numero 9, e tra gli stessi estremi e il numero 8, dunque tra gli estremi della proporzione e i suoi termini medi.

Per rispondere a questa domanda servendoci ancora del nostro diagramma che vogliamo estendere sommando il segmento  $[0,6]$  al segmento  $[0,12]$ :



Il segmento  $[0,9]$  rappresenta dunque la metà del segmento  $[0,18]$ . I numeri possono riprendere così il loro significato puramente aritmetico e il 9 appare come *media aritmetica* degli estremi che caratterizzano l'ottava, essendo la media aritmetica di due numeri  $a$  e  $b$  definita da  $(a+b)/2$ . Si noti che  $[9,6]$  rappresenta un rapporto di quinta, cosicché la media aritmetica divide l'ottava in una quarta  $[12,9]$  ed in una quinta  $[9,6]$ .

La media armonica sta in una particolare relazione con la media aritmetica. Essa è infatti definita, su due numeri  $a$  e  $b$  come segue:

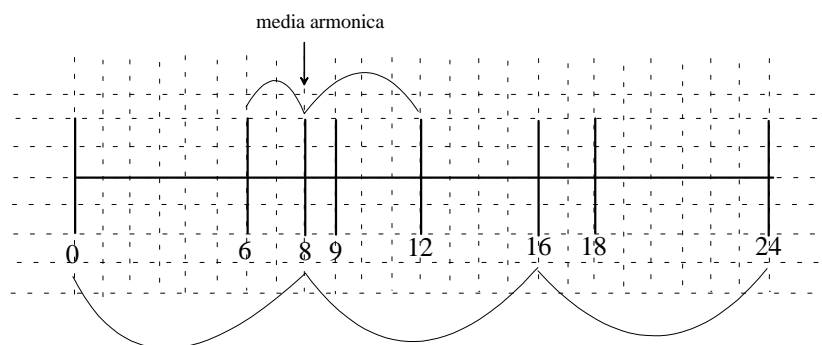
$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

e quindi nel caso nostro:

$$\frac{2}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6}}$$

Rispetto alla media aritmetica vi è dunque una duplice inversione. Vorrei notare come possa risultare difficile associare un senso a queste inversioni, ad esempio alla “somma degli inver-

si” dei due numeri tra cui si effettua la media armonica – un’associazione di cui beninteso non vi è alcun bisogno in una considerazione puramente aritmetica. In ogni caso la formula si illumina, si “riempie di significato” – sono tentato di dire – non appena riprendiamo il nostro monocordo diviso in dodici parti, o comunque la sua figura diagrammatica. Le “frazioni” assumono subito, come in precedenza, il significato di lunghezze ben definite. Così  $1/12$  non è altro che l’unità di misura dell’intero segmento; mentre  $1/6$  sarà pari a  $2/12$ . Ovviamente si possono ignorare i denominatori e la somma di questi due valori darà 3. Essendo 1 l’intero, il 2 al numeratore dovrà essere interpretato come il doppio dell’intero e quindi pari a 24, cosicché la formula precedente diventa  $24/3 = 8$ . Poiché 8 individua l’intervallo di quinta, il punto che contrassegna questo intervallo rappresenta la media armonica dell’intervallo di ottava. Inoltre  $[8,6]$  rappresenta un intervallo di quarta, cosicché si può dire che la media armonica suddivide un intervallo di ottava in un intervallo di quinta e in un intervallo di quarta.



Attraverso il diagramma, il calcolo frazionario viene riportato ad un calcolo con numeri interi e questi a misure di lunghezze, senza che venga persa la presa sulla tematica dei rapporti

delle proporzioni<sup>24</sup>.

Uno dei punti importanti di questa individuazione della quinta e della quarta come media armonica e media aritmetica sta, a mio avviso, proprio nel fatto che in questo modo *si proponevano gli intervalli fondamentali come articolazioni in-*

<sup>24</sup> Va da sé che il numero e i calcoli puri e semplici possono sostituirsi interamente ai diagrammi ed al monocordo che essi richiamano. Ad esempio, in Gaudenzio, *Introduzione all'armonica*, L.Z., p. 327, la forma modificata del quaternario viene estesa mediante raddoppi cosicché essa diventa – come nei nostri diagrammi sulle medie – 6 8 9 12 16 18 24. Questa estensione ha di mira il problema di un aggiustamento dello schema di base per “legittimare” la consonanza di undicesima (8/3) – a questo problema abbiamo accennato in precedenza. Egli formula infatti le consonanze fondamentali mettendo in rapporto ciascun numero con 24 cosicché il carattere consonantico di 24/16 ovvero di 8/3 veniva ad essere giustificato essendo inserito, *mediante una struttura coerente di calcolo*, nella serie delle consonanze. Ma un punto rilevante dell'esposizione di Gaudenzio è quello di un *utilizzo delle quantità numeriche indipendentemente da riferimenti diagrammatici e in ultima analisi monocordisti*. In effetti egli, per determinare la grandezza del limma pitagorico, non fa altro che fissare un numero scelto a piacere – ma naturalmente in modo conveniente in vista del risultato – costruendo, a partire da esso, una successione i cui numeri vengono determinati nell'ordine secondo il rapporto con il numero che precede. La quarta, a partire da un suono iniziale qualsivoglia convenzionalmente rappresentato dal numero 64, sarà costituita da 72, 81, x da determinare, 255/3 in quanto 72 con 64, 81 con 72, 255/3 con 64 stanno rispettivamente nel rapporto 9/8, 9/8, 4/3. Il problema di determinare la x è in questo modo cosa fatta essendo pari al rapporto tra 255/3 e 81. Il passaggio ad un puro aritmetismo è qui del tutto chiaro. Non vedo invece come si possa sostenere che questa modificazione implichi un passaggio da una concezione causalistica del rapporto numerico propria del pitagorismo più antico ed una concezione secondo la quale il numero sarebbe “metafora” come dice André Barbera, art. cit.: “By admitting the eleventh into the category of consonance, Gaudentius apparently acknowledges the empirical fact of eleventh's consonance. By creating the numerical heptactys that accommodates the eleventh, he provides a numerical metaphor for apparent acoustical truth. In so doing, he relies on those same numerical quaternaries that had excluded the eleventh by their causal nature. Thus the characterization of the consonant eleventh as 24/9 indicates the demotion of numerical ratios from cause to metaphor in Pythagorean harmonics” (p. 207). Come abbiamo cercato di spiegare fin dall'inizio, *il rapporto numerico non vale tanto come “causa” quanto come condizione di intelligibilità*. Questa è la prima obiezione che si può fare al passo citato. Non si vede poi su che cosa si possa sostenere l'idea dell'impiego metaforico del numero e resta persino dubbio che abbia senso in questo contesto parlare di metafora in genere.

*terne, matematicamente significative, dell'ottava.* I numeri del “quaternario” venivano non solo strettamente collegati tra loro, ma in particolare si poteva mostrare l’esistenza di una relazione intrinseca tra lo *spatium* dell’ottava e gli spazi consonantici fondamentali che formavano la sua articolazione interna. Cosicché veniva per questa via recuperata quella potenziale frantumazione dello spazio sonoro che era implicita nel puro punto di vista dell’intervallo come rapporto. L’ottava è appunto la “madre di tutti gli intervalli”. Questa concezione dell’intervallo come derivante dalla partizione dell’ottava verrà seriamente messa in crisi nel passaggio da una fondazione matematizzante ad una fondazione fisicalistica, quindi agli albori della teoria della tonalità che si innesta in questa svolta. Il monocordo tenderà allora a perdere progressivamente di importanza e ad essere impiegato e “interpretato” in modo diverso<sup>25</sup>. E si comincerà a prestare attenzione a ciò che accade pizzicando nella parte destra della corda del monocordo...

Nello stesso tempo, si comprende come la rete di relazioni messe in evidenza tra i quattro numeri del quaternario era diventata talmente imponente da rendere conto della meraviglia che essa poteva suscitare e che assicurò ad una simile fondazione aritmetica un successo secolare<sup>26</sup>. Questa meravi-

<sup>25</sup> Thomas Christensen, *Rameau and musical Thought in the Enlightenment*, Cambridge University Press, 1993, p. 85: “Whereas it was easy for canonicists to show on the monochord how the octave when divided could generate subsequent intervals, no such demonstration was available when intervals were understood only as ratios of frequencies”.

<sup>26</sup> Quando Zarlino si pose il problema di una giustificazione teorica come consonanza della terza maggiore e della terza minore e della determinazione del rapporto, assunse il rapporto di quinta come intervallo da ripartire determinando in rapporto ai numeri 1 e  $3/2$  come estremi dell’intervallo la media armonica e la media aritmetica. In altri termini propose la proporzione seguente  $1 : a = b : 3/2$  determinando  $a$ =terza maggiore=media aritmetica=  $5/4$  e  $b$ =terza minore= media armonica =  $6/5$  ottenendo così la proporzione  $1 : 5/4 = 6/5 : 3/2$ . La struttura dell’argomentazione era ancora nettamente pitagorica. Il modello della partizione dell’ottava attraverso le medie veniva strettamente riportato sull’intervallo di quinta. E così facendo si otteneva ancora un risultato a suo modo straordinario: i rapporti si mantenevano “epimori”, e dal “quaternario” si

glia si saldava certamente all'idea di un sapere profondamente nascosto, all'idea di qualcosa di simile alla rivelazione di un segreto che affondava le sue radici in lontananze leggendarie. Il nome di “proporzione babilonese”, sovente attribuito alla proporzione  $12 : 9 = 8 : 6$  o a sue varianti è presumibilmente dovuto, più che ad una concreta origine storica, ad una forma di nobilitazione che deriva dal fatto stesso di attribuire quella conoscenza a tempi remoti e ad un'antichissima saggezza<sup>27</sup>.

---

passava al “senario” per aggiunta del 5 e del 6. – In via di principio nessuna giustificazione di ordine percettivo–musicale avrebbe dovuto essere ricercata per questa estensione, così come per la determinazione della grandezza dei rispettivi intervalli. La bontà dell'intervallo dovrebbe risultare garantita a priori dalla procedura del calcolo. E tuttavia vi è chi ritiene che la terza “zarliniana” sia, in se stessa e al di fuori di ogni preciso contesto musicale, *migliore per l'udito* di qualunque altra terza... – G. Zarlino, ed. cit., *Dimostrazioni harmoniche, Ragionamento I*, Proposta XX: “Diviso l'intervallo Sesquialtero da un mezano termine harmonico, ne nasce un Sesquiquarto & un Sesquiquinto”.

<sup>27</sup> Giamblico, *Introduzione all'aritmetica di Nicomaco*, trad. it. cit., p. 349: “Si dice che essa sia stata scoperta dai Babilonesi e che sia giunta in Grecia per la prima volta attraverso Pitagora...”. Così comincia un'ampia esposizione della proporzione – pp. 349–357.





#### 4. L'intervallo udito

---

Tenendo conto dell'intreccio or ora esposto tra considerazioni aritmetiche e schematismi visivi per rendere chiari rapporti e proporzioni, assume subito una significativa vivacità la critica di Aristosseno<sup>28</sup> verso coloro che si affidano, in questo genere di problemi, ad un *marchingegno* dell'occhio (*ὀφθαλμοειδὲς ἔργον*)<sup>29</sup> (Meib. 40.31). Un *marchingegno* dell'occhio è certo il monocordo, ed a maggior ragione lo sono eventuali diagrammi costruiti su di esso. Uno degli assi polemici della posizione di Aristosseno può essere considerato proprio il tema della “visibilizzazione” del rapporto, cosa che fa tutt'uno con la sua “linearizzazione”. “Quando si parla di intervalli — non si possono adoperare frasi che si è soliti adoperare per i diagrammi (*διαγράμματα*), dicendo ad esempio: “sia questa una linea rettilinea”<sup>30</sup> (Meib, 33–10). Bisogna restituire all'udito l'importanza che esso non può non avere per un materiale così caratteristicamente rivolto verso l'esteriorità sensibile come è quello musicale. Anche in questo campo deve essere fatta valere una presa di posizione epistemologica del tutto generale, che ci riporta all'aristotelismo di Aristosseno:

<sup>28</sup> I passi citati da Aristosseno si attengono in linea di massima alla traduzione italiana curata da Rosetta Da Rios, Aristosseno, *L'armonica*, Roma 1954, introducendo senza particolare avviso le modificazioni che ci sono di volta in volta sembrate opportune.

<sup>29</sup> Credo che la traduzione proposta sia accettabile: τὸ ἔργον può valere infatti anche come prodotto, manufatto — con *marchingegno* si accentua l'elemento di artificiosità. In Meib. 40.31 questa espressione viene tradotta da Rosetta Da Rios con “un fatto che colpisca gli occhi”.

<sup>30</sup> L'espressione *διαγράμματα* viene resa da Rosetta Da Rios con “figure geometriche”.

*anzitutto bisogna afferrare bene i fenomeni* (Meib. 43.30). Ovunque questo principio risuona nel trattato aristossenico – ovunque viene ribadito e concretamente applicato. Ma per comprendere realmente il senso di questa negazione della linearizzazione dell'intervallo – e proprio in un autore che si appresta a contrastare in modo intransigente un'unilaterale interpretazione dell'intervallo come *logos*, ed a rivendicare di conseguenza l'intervallo sensibile di fronte a quello intelligibile – occorre sottolineare con particolare forza ciò che del resto abbiamo in precedenza più volte ribadito: la linearizzazione pitagorica deve essere considerata come una sorta di trasposizione del monocordo come strumento concreto per la misura degli intervalli intesi come rapporti. Si può inoltre escludere, vorrei quasi dire, a lume di buon senso, che Aristosseno negasse l'esistenza di rapporti numerici caratteristici rispetto alle consonanze e che il monocordo fosse uno strumento appropriato per studiare l'intervallo *sotto il profilo del rapporto*. A lume di buon senso, per il semplice fatto che anche queste teorizzazioni e strumentazioni poggiavano integralmente nel campo dei percettibili<sup>31</sup>. Per quanto riguarda l'aspetto matematico, la validità di queste pratiche era presumibilmente per lui fuori discussione – e ciò spiega anche perché sia possibile ritrovare anche in Aristosseno risonanze del matematismo pitagorico<sup>32</sup>.

<sup>31</sup> A. Bélis, *Aristoxène de Tarente et Aristote: le Traité d'harmonique*, Klincksieck, Paris 1986, sottolinea che “le ‘canon harmonique’ donne une lecture visuelle de phénomènes auditifs... Dans cette expérience, la vue donne d’une certaine manière les ‘semences du savoir’, comme dit Boèce” (p. 68). Teone di Smirne parla di intervalli “sensibili e visibili” (trad. franc. cit. p. 114) – e la visibilità di cui qui si parla è quella delle misure dei rapporti visti sul monocordo, quindi in un’accezione interamente diversa da quella di cui abbiamo parlato nel paragrafo precedente.

<sup>32</sup> Aldo Brancacci, *Aristosseno e lo statuto epistemologico della scienza armonica*, in *Le scienze ellenistiche*, a cura di G. Giannantoni e M. Vegetti, Napoli 1984. Brancacci critica una interpretazione di Aristosseno che tenda ad esasperare gli aspetti sensistici empiristici, mentre porta l’accento sul fatto che, come soprattutto risulta dal *Terzo libro* dell’*Armonica*, la sua teorizzazione della scienza

Il problema è invece un altro: ciò che ci si propone di mettere a fuoco è il versante sensibile, rispetto a quello “intelligibile”, il versante che del resto è quello con cui abbiamo direttamente a che fare da musicisti autentici, prima ancora che da teorici. Si tratta dunque di interrogare l'intervallo con l'orecchio. Ora, non appena ci accingiamo a farlo senza pregiudizi, appare subito chiaro che la *linea* si impone come *immagine adeguata dell'intervallo così come appare alla percezione* – come *immagine!* questa è la la drastica differenza rispetto alla tematica pitagorica. Molto giustamente osserva Szabò che Aristosseno “intendeva privare il concetto pitagorico di *diastema* del suo significato concreto originario”<sup>33</sup> attribuendo alla parola un significato metaforico. Questo mutamento è di grandissima importanza. In base ad esso è possibile proporre una concezione dell'intervallo come “distanza” e “spazio” senza essere costretti ad assumere tutte le implicazioni precedenti, e mettendo nettamente da parte l'aritmetica interna all'intervallo come *logos*. E potremo persino servirci, come elemento rappresentativo dell'intervallo, di una linea – di un segmento considerato nei suoi estremi. Una simile rappresentazione visiva concreta dell'intervallo *in luogo di rimandare alla corda del monocordo* non sarebbe altro che *figura di quell'immagine*. L'intervallo ridiventa “visibile”, ed anche nei nostri ragionamenti e nelle nostre argomentazioni potremo approfittare di questa “visibilità”<sup>34</sup> – ma l'accezione del termi-

---

armonica “risulta inconcepibile in un'ottica puramente sensualista”.

<sup>33</sup> Szabò, *op. cit.* 113. Secondo Szabò, la parola *diastema* nel senso di “a real and concrete straight lines which was measurable in length” per indicare il rapporto intervallare precede presso i pitagorici l'impiego della parola *logos*: ciò spiegherebbe anche per quale motivo si parlerà di estremi (*oroi*) di un rapporto aritmetico. Il termine è in effetti appropriato anzitutto alle linee ed ai segmenti. È in ogni caso Aristosseno ad aver dato alla parola un significato metaforico (p. 112).

<sup>34</sup> L'argomentazione di Aristosseno relativa alla grandezza della quarta, di cui tratteremo in seguito, ha indubbiamente la rappresentazione dell'intervallo-segmento come filo conduttore.

ne e l'orientamento delle argomentazioni sono ora completamente diversi. In un colpo solo ci siamo liberati del monocordo e delle misure ottenute per suo mezzo. È chiaro allora che ponendo su quella figura dei segni di suddivisione, essi potranno essere interpretati proprio come partizioni dell'*intervallo udito*, e non come indicazione di una partizione della corda. L'immagine e la sua figura non ci porta oltre il dato fenomenologico specificamente uditivo. Certamente questa differenza di piani non è nettamente formulata in Aristosseno – ma essa sembra rappresentare una cornice necessaria della sua teorizzazione<sup>35</sup>.

Per confermare e consolidare queste nostre affermazioni, ed arricchire il quadro dei problemi in discussione, è necessario indugiare, sia pure per poco, sulla posizione di Aristosseno.

Lo spazio – come riferimento concettuale e immaginativo insieme – diventa centrale in Aristosseno, e dunque anche i temi ad esso connessi, il *luogo* e il *movimento*. Nello stesso tempo, e conseguentemente, si delinea una concezione che porta l'accento sul senso contestuale e relazionale degli intervalli, piuttosto che sulla determinazione misurativa della loro *grandezza*.

Il suono stesso, non appena viene introdotto, richiede l'idea del movimento, e precisamente il movimento secondo il luogo (attraverso lo spazio) (κίνεσις κατὰ τόπον): la voce

<sup>35</sup> La scarsa chiarezza sulla differenza tra livello concreto (la corda del monocordo) e livello metaforico (l'intervallo "figurato" come segmento) talora rende confuso il dibattito teorico. A mio avviso, un esempio di questa confusione è presente nella discussione di Tolomeo contro gli aristossenici, quando obietta che le grandezze lineari possono essere diverse per lo stesso intervallo osservando che "nella costruzione degli stumenti non si baderà neppure che le distanze che producono l'ottava siano sempre le stesse, ma anzi si baderà che siano più brevi nelle tessiture più acute" (*Scienza armonica*, 1.9, ed. cit. p. 120). Una simile obiezione non può evidentemente toccare la posizione di Aristosseno. Analogamente la dimostrazione, che segue immediatamente, sulla differenza di grandezza tra quinta ascendente da una nota e quinta discendente dalla sua ottava acuta riguarda unicamente gli spostamenti del ponticello sul monocordo e non ha nessun senso in rapporto ad una rappresentazione lineare dell'intervallo.

*si muove*: si tratta del movimento dal grave all'acuto, dall'acuto al grave. Il primo passo che deve essere compiuto all'inizio dell'esposizione teorica, deve essere quello di stabilire i modi di questo movimento, che sono fondamentalmente due: il *movimento continuo* (συνεχής) ed il *movimento per intervalli* (διαστηματική) (Meib. 8.15). La voce continua è caratterizzata da un movimento che non si arresta in alcun punto e che termina solo nel silenzio; nel secondo caso invece la voce procede da una *posizione* all'altra, oltrepassando lo spazio che vi è fra esse. Nel primo caso si dice che essa parla, nel secondo che essa canta.

Così l'intervallo appare (φαίνεται) alla *fantasia della percezione* (φαντασία τῆς αἰσθήσεως) (Meib. 8.24). Questa formulazione merita di essere considerata attentamente – ed a mio avviso la traduzione può benissimo essere letterale, anche se sono certamente necessari alcuni commenti giustificativi. Anzitutto vi è nell'italiano “fantasia” un'accentuazione dell'elemento di arbitrarietà, da cui è necessario subito prendere le distanze. “Fantasia” nelle sue origini greche è legato, come appare anche in questo testo (φαίνεται), all'apparire, al mostrarsi di qualcosa. Quindi questo termine, riferito alla percezione, può semplicemente indicare la cosa stessa in quanto viene rappresentata nella percezione. Ma difficilmente in questo contesto esso significa *soltanto* questo. Il mostrarsi di qualcosa è in ogni caso un'*immagine* – un “fantasma” (φάντασμα). Questo senso è subito inerente al termine di fantasia e consente giochi di senso molto sottili. L'apparire di cui si parla in rapporto al percepire può essere relativo–soggettivo, ed essere privo di un autentico valore conoscitivo. Può essere *mera apparenza*. In questo senso Platone stringe a sua volta insieme fantasia e percezione: quando si tratta delle sensazioni di caldo o di freddo o di altre simili cose, fantasia (φαντασία) e percezione (αἰσθησις) fanno tutt'uno – “quale sente, ciascuno, una data cosa, tale è anche codesta cosa per ciascuno” (*Teeteto*, 152c). E non è questo certamente il senso

dell'unione dei due termini in Aristosseno. Infatti il “φαίνεται” – l'apparire – qui è detto nell'accezione forte dell'evidenza. In Aristotele il termine ha un impiego più ampio e controverso. Da un lato la fantasia differisce sia dalla percezione che dall'intelletto, ed in particolare essa si distingue dalla percezione per il fatto che le cose possono apparire senza che vi sia vista e visione “come avviene nel caso dei sogni” (*De Anima*, 428 a 5); dall'altro essa, pure essendo diversa da tutte le facoltà, partecipa ad esse ed “è molto difficile dire a quale di queste parti sia identica e da quale sia diversa” (ivi, 432 b). “L'anima non pensa mai senza un'immagine (φάντασμα)” (ivi, 431 15); ma nello stesso tempo la fantasia è così prossima alla percezione che si può parlare di una αἰσθητική φαντασία (ivi, 434 a 5) di una “immaginazione sensitiva”, come talora si traduce. A mio avviso l'espressione aristossenica è prossima a questo ambito di idee, pur inclinando in direzione non tanto dell'immagine intesa come riproduzione di una cosa sensibile, quanto dell'immagine come un velo attraverso cui viene colta la cosa e che dunque si propone *insieme* alla percezione della cosa stessa. Per questo si parla senz'altro di fantasia *della* percezione: non si tratta di sogni; ma nemmeno di rappresentazioni percettive pure e semplici. Forse è qui inclusa l'idea di una elaborazione immaginativa che resta tuttavia aderente al fenomeno nel suo modo di manifestarsi. Questa idea non è esplicitamente teorizzata, essa è tuttavia concretamente praticata: l'adesione di Aristosseno ai fenomeni non rifugge certamente da descrizioni che contengono sensi traslati. Traducendo “φαίνεται” con “sembra” e “φαντασία τῆς αἰσθήσεως” con “rappresentazione della percezione” o con “le impressioni della percezione”, o altre espressioni che tolgano di mezzo un qualche riferimento all'immaginazione, si opererebbe uno svuotamento della possibile ricchezza di senso del testo: nel primo caso vien tolto di mezzo il richiamo all'evidenza percettiva e nel secondo il fatto che nel caratterizzare il suono come movimento – e quindi nel parlare di direzioni di esso, di posizioni in cui la

voce indugia, di spazio che vi è tra l'una e l'altra, ecc. – ci avvaliamo appunto della *fantasia della percezione*<sup>36</sup>.

Quanto al tipo di movimento che è propriamente “canto” – e quindi che appartiene alla musica e che viene considerato dalla teoria del μέλος – va subito notato che Aristosseno, che per altri versi può essere giustamente considerato come un sostenitore della continuità, prende le mosse da una premessa nettamente “discretistica”. Peraltro in questo contesto si fa riferimento ad una nozione negativa e indiretta di continuità che, a suo avviso, è caratteristica del linguaggio parlato: non si attira dunque l'attenzione su una idea di continuità fondata sulla variazione continua delle altezze, ma piuttosto sulla difficoltà, che è appunto caratteristica del linguaggio parlato, di cogliere un'altezza determinata per il semplice fatto che in esso non vi sono momenti di arresto su questa o quella posizione. Nel canto invece si procede da una posizione all'altra oltrepassando l'intervallo che vi è tra esse. È essenziale qui che siano identificate delle posizioni, e dunque che siano dati degli intervalli. Il canto è un *movimento attraverso intervalli*.

Anche in questa descrizione è importante soffermarsi sui termini e sottilizzare un poco su di essi. Abbiamo parlato della *posizione* dei suoni. Il termine greco è *tasis* (τάσις). Taluni

<sup>36</sup> Vi è una sorta di singolare resistenza nelle traduzioni a rilevare in questo termine di φαντασία qualcosa che abbia a che vedere con l'immaginazione. A. Bélis parla semplicemente di “représentation sensible”, *op. cit.*, p. 194. Nella traduzione di R. Da Rios, il richiamo alla “fantasia” viene soppresso e sostituito con “le impressioni della percezione”. Questa stessa formula compare subito dopo κατὰ τὴν τῆς αἰσθήσεως φαντασίαν in 9.2 reso ancora con “le impressioni della percezione”. Nel luogo in cui Aristosseno afferma che le considerazioni delle grandezze eguali o diseguali “non sono nulla πρὸς τὴν τῆς αἰσθήσεως φαντασίαν” (Meib. 48.23) il termine viene tradotto con “rappresentazione della percezione”. – A sua volta, Gogava con il suo “videtur sensui” (per il passo 9.2) nella traduzione latina di Aristosseno pubblicata a Venezia nel 1562, sopprime semplicemente la parola (*Aristoxeni Musici antiquissimi Harmonicorum elementorum libri III, ... Omnia nunc primum latine conscripta et edita ab Ant. Gogavino Graviensi. Venetiis, aput Vincentium Valgrisiu, 1562, p. 10*).

traducono senz'altro "altezza". Altri "grado". "Grado" richiama la scala e la disposizione scalare se non addirittura il movimento di tono in tono, "altezza" semplicemente la nota come entità puntualmente definita. Entrambe le traduzioni dunque fanno capire di che si tratta – e delle due è senz'altro preferibile "altezza". Ma né l'una né l'altra, come del resto "posizione", riescono a conservare le implicazioni che sono presenti nel conio della parola greca, ed anzi distraggono da esse in modo irrimediabile. Essa rimanda al verbo *tendere* (τείνω) – cosicché è talora presente anche, nelle traduzioni, l'espressione "tensione"<sup>37</sup>. Ma dalle spiegazioni di Aristosseno si comprende subito che rendere questo termine con un richiamo diretto ed esplicito alla tensione non sarebbe soddisfacente. All'origine del riferimento musicale del termine – secondo del resto antichi suggerimenti<sup>38</sup> – vi è la tensione delle corde: il movimento del tendere e dell'allentare una corda corrisponde al passaggio al suono più acuto o più grave. Inoltre vi è il movimento della voce, che può essere descritto come un movimento di tensione crescente (ἐπίτασις) quando passa dal grave all'acuto e di tensione decrescente (ἀνεσις) nella direzione inversa<sup>39</sup>. Aristosseno pensa certamente all'uno ed all'altro caso, ma è difficile che usi il termine unicamente con relazione ad un puro dato di fatto concernente l'emissione fisica del suono. Tensione crescente e tensione decrescente rappresentano infatti una buona descrizione del modo in cui il grave e l'acuto appaiono, per usare la sua terminologia, alla fantasia della percezione, e quindi vanno intese come caratte-

<sup>37</sup> Gogava traduce con "tensio": "cessat in una tensione, deinde rursus in altera..." (op. cit. p. 10). Forse più interessante la traduzione che di questo termine propone Giorgio Valla nella traduzione latina di Cleonide. Egli lo rende con "tenor" che indica piuttosto un movimento che persiste nella stessa direzione. *Cleonidae Harmonicum introductorium* / interprete Giorgio Valla (...), Venetiis: per Simonem Papiensem dictum Bivilaquam, 1497, p. 5.

<sup>38</sup> Ad es. Cleonide, *Introduzione all'armonica*, in L. Z., p. 79.

<sup>39</sup> Rispettivamente *intensio* e *remissio* nella traduzione di Cleonide di Giorgio Valla. In Platone questi due termini sono esplicitamente utilizzati con riferimento alle corde della lira. Cfr. *Repubblica*, I, 349e.



rizzazioni qualitative dell'andare verso l'acuto o verso il grave. Nel canto questo movimento, nell'una o nell'altra direzione, ha *un punto di arresto* – ed è qui che troviamo la “posizione” – τῶσις. La posizione è dunque un *luogo che viene raggiunto e in cui il suono prosegue in modo uniforme*, e precisamente il *luogo in cui termina la tensione crescente o decrescente* (Meib. 11.12). Zarlino, che riprende, traduce e commenta i passi a cui facciamo riferimento, precisa che “L’acutezza è quella, che si fa per il tiramento; e la gravità, per lo rilasciamento”, ma proprio per questo acutezza e gravità si distinguono dal “tiramento” e “rilasciamento” “come è differente l’agente dall’effetto”. Per quanto riguarda la traduzione di τῶσις Zarlino propone “estensione” da intendersi, io credo, come un ricordo del latino *extentio* che ha il senso di una dilatazione che è anche un prolungamento nel tempo, quindi come un “distendersi” del suono. In effetti in senso strettamente equivalente si propone anche “distendimento” – “il quale è chiamato tenore<sup>40</sup>... perciò che per cotale s’intende, e è quasi come un certo stato e permanentia di Voce; cioè, una equalità di moto d’una voce, ò suono istesso, fatto senza mutatione (dirò così) di luogo, nel luogo istesso”<sup>41</sup>.

Il canto è un cammino da una posizione all'altra, e tra l'una e l'altra vi è l'intervallo che rappresenta “qualcosa di limitato da due suoni che non hanno la stessa posizione” (Meib, 15–25). Nel passare da un limite all'altro, nota Aristosseno, è necessario che la voce *nasconda* tensioni ed allentamenti, nasconda dunque le possibili note intermedie, per

<sup>40</sup> Si tratta dello stesso termine (“tenor”) impiegato dalla traduzione di Valla in Cleonide, cfr. supra n. 37.

<sup>41</sup> *Sopplimenti musicali*, Libro II, cap. I, Venezia 1588, p. 45. Cfr. anche *Dimonstrationi harmoniche, Definizione prima*: “Il suono è cadimento di Voce atta alla modulatione, fatto sott’una estensione”. Riferendosi ad Aristosseno, Zarlino contrappone esplicitamente questa definizione a quella di Boezio, più orientata in direzione fisica, secondo la quale il suono è “ripercussione d’aria che vien fino all’udito”, osservando che “il Musico considera ‘l suono in un’altra maniera, di quel che lo definisce Boetio”.

manifestare con chiarezza i limiti dell'intervallo come posizioni chiaramente determinate (Meib. 10.10). La voce – come dice Zarlino riprendendo piuttosto letteralmente questo passo – dovrà dare il luogo dell'intervallo “ascosamente” e nello stesso tempo rendere “evidenti e fermi” “i suoni che distinguono gli intervalli”<sup>42</sup>. Nello stesso momento in cui Aristosseno raccomanda implicitamente di evitare i glissandi, teorizza una nozione di intervallo come un *plenum*, come un tratto di posizioni possibili – come “la differenza delle posizioni e il luogo (τόπος) capace di accogliere note più acute del più grave delle posizioni che limitano l'intervallo, e più gravi del più acuto (Meib. 15.25)”<sup>43</sup>. Si tratta dunque di uno spazio pieno di suoni (possibili).

È necessario rendersi chiaramente conto del punto di vista che qui si fa valere, di ciò che esso implica e di ciò che esso esclude. Affermare che il suono *si ferma* agli estremi dell'intervallo non è affatto ovvio; o meglio non lo è se tutta la nostra attenzione è rivolta sul versante fisico e se proiettiamo su quello fenomenologico l'idea del suono come movimento reale del “corpo sonoro”, ad esempio, come vibrazione. Allora ci può venire chiesto: come fa il suono ad arrestarsi, se il suono è movimento? L'arresto equivarrebbe al passaggio al silenzio. Una buona risposta aristossenica potrebbe essere: Vieni ed ascolta! Lasciati guidare nell'ascolto dalla fantasia della percezione, e non lasciarti indurre in errore da obiezioni che provengono da una confusione di piani; e nemmeno da grovigli e da contraddizioni apparenti nelle quali potremmo anche imbatterci, a causa dell'impiego di espressioni verbali che potremmo peraltro anche mutare, se ne trovassimo altre più appropriate. “È manifesto (φάινεται) che la voce fa questo nel cantare : si muove nell'intervallo, si arresta nella nota”. “Non

<sup>42</sup> *ivi*.

<sup>43</sup> Si comprende perciò che l'espressione τόπος possa essere impiegata sia per l'intervallo tra posizioni sia per le posizioni che stanno ai suoi estremi. Gaudenzio usa τόπος per indicare “l'altezza nel senso di luogo come posizione nello spazio sonoro” L.Z. p. 355.

lasciamoci turbare dalle opinioni di coloro che riducono i suoni a movimenti e che affermano che il suono in generale è movimento, cosicché ci accadrebbe di dire che, in certi casi, il movimento potrà non muoversi ma rimanere fisso e immobile. Per noi è lo stesso indicare la posizione con eguaglianza o identità di movimento oppure, se si trovasse, con un altro termine più chiaro di questo” (Meib, 12,5)<sup>44</sup>.

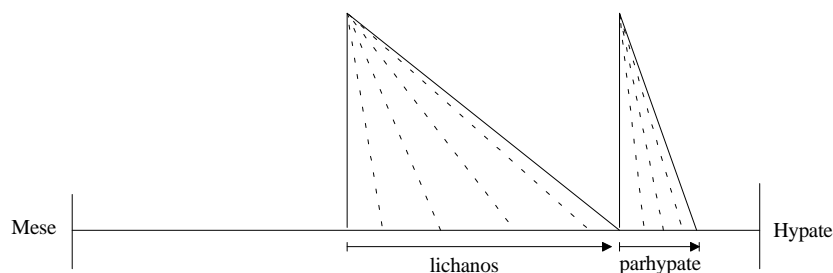
Non vi potrebbe essere una formulazione più netta della messa da parte del terreno delle considerazioni e spiegazioni fisiche: *esse possono seguire la loro strada senza sovrapporsi alla nostra, ed occorre rammentarsi che proprio da questa sovrapposizione possono sorgere confusioni e falsi problemi*. Ma non meno netto è l'abbandono di una concezione dell'intervallo come rapporto. Al *logos* si sostituisce il *topos*, al rapporto il luogo – anche in questo caso si tratta di una sostituzione che non comporta una contrapposizione, ma piuttosto una modificazione radicale di punto di vista. La tematica dell'intervallo deve essere sottratta ad un modo di approccio che comporta la sua totale riduzione aritmetica, ed essere ricondotta nell'alveo dei problemi strettamente attinenti all'esperienza sensibile ed eventualmente ad un'attività intellettuale che opera in stretto rapporto con essa.

Una delle conseguenze più importanti di questa presa di posizione sta nel fatto che la *grandezza* (μέγεθος) *dell'intervallo* e le pratiche corrispondenti di misurazione cessano di stare al centro dell'attenzione, che ora viene occupato piuttosto *significato dell'intervallo* come un significato che dipende dall'articolazione complessiva dei *sistemi* in cui esso è inte-

<sup>44</sup> Gli fa eco Zarlino: “Non dico già, che la Voce non si faccia per il Moto, accioche alcuno non credesse, ch'io volessi inferire che'l Moto alcuna fiata non si muovesse, ma stesse & riposasse; dico bene, che con questa voce Tensione, ò con qual si voglia altro nome, che fusse più convenevole à questa cosa, s'intende l'Equalità o (per dir così) l'Identità del Moto; percioche allora diciamo laVoce stare & esser ferma, quando udimo che ella non passa ne verso l'acuto ne verso'l grave; ma rimane in una qualità istessa” – *Sopplimenti musicali*, op. cit., p. 45.

grato – quello che Aristosseno chiama il suo “valore” ovvero la sua “funzione” (δύναμις). “Sistema” è parola utilizzata da Aristosseno per indicare un’organizzazione di più intervalli.

Si comprende certamente meglio la concezione di Aristosseno dell’intervallo se si prende come riferimento esemplare l’intervallo di quarta e l’interpretazione che egli stesso ne offre, in stretta relazione con la pratica musicale greca. Esso rappresenta anche, al tempo stesso, un caso paradigmatico di sistema. Ai suoi estremi troviamo, in direzione discendente, la *mese* (μέση) e l’*hypate* (ὑπάτη), che si conviene di associare rispettivamente a La e Mi. Questi saranno i punti fissi del sistema. All’interno di questo intervallo, le due posizioni caratterizzate dai nomi *lichanos* (λιχανός) e *parhypate* (παρυπάτη) non sono esattamente determinate, ma fluttuano entro un *ambito* piuttosto ampio.



Secondo gli spostamenti effettuati dalla *lichanos*, la *parhypate* cambia la propria posizione in modo corrispondente. Le differenze tra i generi e le loro possibili “sfumature” dipendono da questi spostamenti. Tuttavia per i nostri scopi attuali le complesse articolazioni del problema non interessano<sup>45</sup>. Interessa invece il fatto che la *lichanos* (e conseguentemente la nota che

<sup>45</sup> Per esse si rimanda in particolare al testo di Annie Bélis, *Aristoxène de Tarante et Aristote: le Traité d'harmonique*, op. cit., ed all’articolo della stessa Bélis, *Le “nuances” nel Trattato di Armonica di Aristosseno di Taranto*, in «De Musica», Internet, Anno III (1999) all’indirizzo <http://users.unimi.it/~gpiana/demus.htm>.

le è prossima) possa occupare una qualunque posizione all'interno di un certo ambito – ed in via di principio queste posizioni potrebbero essere infinite. Dice precisamente Aristosseno che “il numero delle *lichanoi* deve essere considerato illimitato”. Infatti “in qualunque punto si fermi la voce, si avrà una *lichanos*, e nel luogo della *lichanos* non vi è nessun vuoto intermedio tale da non poter accogliere una *lichanos*” (Meib. 26.10).

Ed ecco subito le obiezioni. Qui si usa il termine anche al plurale. Ma se vi sono molteplici posizioni, perché chiamarle con lo stesso nome? Non dovremmo, per ogni posizione, assegnare un unico nome che la individui con chiarezza?

In realtà anche in questo caso, non ci dobbiamo lasciar confondere da considerazioni che riguardano il puro livello linguistico. Se vogliamo parlare delle *lichanoi* al plurale, tenendo conto dell'illimitato numero di posizioni possibili, siamo liberi di farlo, purché sia chiaro che ciascuna di esse verrà riconosciuta come *lichanos* per il semplice fatto che occupa una *posizione relazionalmente definita nel sistema tetracordale a cui appartiene* ed assolve la funzione che gli è propria. La *lichanos* è relazionalmente e funzionalmente *una sola* in quanto è *la nota che segue la mese e che sta prima della parhypate* e che determina la differenza dei generi. Il suo luogo è rappresentato dalla distanza minima e da quella massima che essa può prendere dalla *mese* – dal *suo ambito di variazione possibile*. Aristosseno non esita così ad affermare che “i nomi hanno significato solo in relazione l'uno con l'altro” (Meib. 50.5) e che “il ritenere che intervalli eguali debbano essere definiti con lo stesso nome ed i disuguali con nomi diversi è lottare contro l'evidenza” (Meib. 49.25).

Il nome si separa così dalla particolarità della posizione e la grandezza dell'intervallo dal suo significato (valore, funzione). Non sono necessari più nomi per indicare posizioni differenti, se questa differenza introduce solo una variante all'interno della stessa struttura. Ed è d'altronde erroneo concepire

la percezione degli intervalli della musica come se essa fosse tesa a fissare quantitativamente la loro grandezza ed a fare di questa determinazione quantitativa, esattamente determinata, un discrimine tra essi. La *fantasia della percezione* (Meib 48.23) – non bada tanto alla grandezza esattamente determinata degli intervalli, quanto alla somiglianza delle strutture<sup>46</sup>. Per questo un genere viene ad esempio riconosciuto come cromatico nonostante il mutamento di grandezza degli intervalli nelle diverse sfumature: “Perché ciascuno dei generi, secondo la percezione sensibile, si muove con un movimento ad esso proprio, benché si serva non di uno solo, ma di molti modi di divisione del tetracordo” (Meib, 48.32).

In effetti alle spalle di questa presa di posizione vi è certamente la pratica musicale greca, alla quale Aristosseno cerca di fornire una cornice teorica adeguata. Per quanto riguarda la concezione dell'intervallo, essa trae spunto dalla problematica inerente alla differenza tra i generi e dalla possibilità di accordature differenti che riguardavano le note intermedie e che conducevano a differenti “sfumature” all'interno dei generi. Ora, occorre richiamare l'attenzione che in un modo di approccio come quello pitagorico che mira soprattutto all'intervallo come rapporto, si fa valere una tendenza alla fissazione univoca dell'intervallo ed alla sua giustificazione attraverso la “validità” del rapporto numerico. È tuttavia anche vero che questa tendenza non si trova in contraddizione con una pluralità possibile di “sistemi”. Gli stessi pitagorici non hanno certo esitato nel proporre strutture scalari differenti. Tuttavia gli assunti di ordine generale prevedono, da parte pitagorica, che ciascun sistema debba essere intrinsecamente giustificato e

<sup>46</sup> A. Bélis, op. cit., p. 178: “Or, l'oreille est sensible à la forme que prend un système, bien plus qu'à l'étendue d'un intervalle: ou plutôt, l'oreille interprète synthétiquement les intervalles qu'elle perçoit en le rattachant à une série particulière, ou à une structure ; perception plus qualitative que quantitative, qui dépasse la seule considération des grandeurs”. Per Aristosseno “il est clair que les dénominations sont relatives, et qu'une note n'est pas baptisée dans l'absolu, mais en fonction des relations qui la lient à une autre note, dans une structure harmonique donnée” (p. 180).

la giustificazione consisterà nella particolare forma numerica del rapporto propria di ciascun intervallo singolarmente preso. Ciò dà a questa linea di tendenza anche un orientamento prescrittivo. Non tutte le scelte potranno essere ammesse, ed anzi si possono prevedere restrizioni molto forti (ed anche forse una tendenza riduttiva ad un modello migliore di tutti). Ad una simile impostazione problematica nulla sarebbe più estraneo dell'idea di uno spazio di gioco che *in via di principio*<sup>47</sup> renda possibile un numero illimitato di scelte differenti, nessuna delle quali richiede una qualche "fondazione", ma che possono essere giustificate soltanto come scelte di ordine espressivo. Questa idea sorge invece di fronte ad una pratica musicale che già fa uso di una ampia libertà di scelta senza preoccuparsi di giustificazioni teoriche particolarmente forti. In Aristosseno di ciò si prende anzitutto atto, e nello stesso tempo si coglie spunto di qui per un ripensamento dei concetti musicali fondamentali, a partire da un assunto metodico che punta in direzione della superficie fenomenologica. Assume allora subito rilievo l'intervallo come "segmento", come distanza tra una posizione e l'altra e nello stesso tempo come un *plenum* di posizioni possibili.

Questa analogia geometrica propone nello stesso tempo il problema della continuità, di cui Aristosseno si farebbe sostenitore di fronte al discretismo della posizione pitagorica. Si intravede infatti, sullo sfondo della teoria aristossenica dell'intervallo, l'idea di un continuo dei suoni a titolo di spazio sonoro nel quale si ritagliano punti e intervalli secondo svariati possibili criteri, che non avranno comunque alcun fondamento assoluto. In realtà, un mutamento di questo tipo a proposito della nozione di spazio sonoro nell'orizzonte di idee nel quale si situa l'elaborazione aristossenica, è certa-

<sup>47</sup> Di fatto la posizione di Aristosseno è molto articolata, tende a fissare in ogni caso con esattezza i limiti di movimento delle note mobili all'interno del tetracordo e in particolare nel terzo libro dell'opera prevede regole ben definite per realizzare una "buona" organizzazione scalare.

mente ipotizzabile; ma per evitare possibili fraintendimenti sono necessarie alcune precisazioni.

Secondo la concezione aristossenica, la mobilità della nota viene affermata come pura e semplice *possibilità di scegliere accordature differenti* per quanto riguarda le note intermedie del tetracordo, variando in questo modo il genere e la sfumatura di esso. Il numero illimitato di *lichanoi* rivendicato da Aristosseno non implica di per sé nessun particolare apprezzamento per le sonorità glissanti o per le successioni di intervalli molto stretti. È vero invece il contrario: come molti altri teorici greci, egli manifesta dubbi e persino ostilità nei confronti dell'uso dei piccoli intervalli. Così egli sembra stabilire come regola di una buona condotta melodica il porre in successione al massimo due *dieseis* (Meib. 27.28)<sup>48</sup>. Anche dal punto di vista teorico, egli respinge nettamente l'idea di considerare intervalli molto piccoli come fondamento della partizione *concreta* del tetracordo<sup>49</sup>. In questa stessa direzione vanno interpretati i dubbi intorno alla sonorità dell'aulos. Proprio la possibilità di realizzare suoni glissanti rende questo strumento sospetto<sup>50</sup>. Non vi è dunque in Aristosseno *nessuna legittimazione della continuità come un fatto percettivo concreto*.

<sup>48</sup> *Diesis* (δίεσις) indica in Aristosseno gli intervalli più piccoli (il terzo e il quarto di tono).

<sup>49</sup> Una parte consistente della polemica che Aristosseno rivolge agli "armonisti" riguarda la cosiddetta teoria della *katapyknosis* (καταπύκνωσις). In che cosa consistesse questa teoria, è difficile dire, ma sembra in ogni caso certo che i sostenitori di quella teoria assumessero la possibilità *concreta* di una suddivisione del tetracordo in piccolissimi intervalli, apprezzabili all'udito ma non "misurabili" al monocordo, essendo ottenibili solo con la tensione della corda e non con un movimento apprezzabile del ponticello. Così spiega Flora R. Levin, *Synesis in Aristoxenian Theory*, Transactions and Proceedings of the American Philological Association, CIII – 1972, pp. 211–234, in particolare p. 220.

<sup>50</sup> Louis Laloy, *Aristoxène de Tarente et la musique de l'antiquité*, Paris 1904, p. 178: "Il disprezzo con il quale Aristosseno parla dell'aulos dipende appunto dalla facoltà che possiede questo strumento di alterare a volontà, in una misura abbastanza larga, l'altezza dei suoni; l'aulos è per lui uno strumento falso per natura, indegno a servire all'insegnamento della musica".



Del resto la distinzione cardinale tra linguaggio parlato e canto, con la sua netta affermazione della necessità delle posizioni come punti di arresto e della necessità conseguente di “nascondere” le possibili posizioni intermedie, esprimeva una linea di discorso molto chiara sotto questo riguardo. La continuità si trova invece in quel numero *illimitato* di *lichanoi* di cui si ammette la possibilità: ed è una continuità che riguarda evidentemente lo spazio in cui può giocare la nota come un “intervallo” *inteso* come “segmento”. L’analogia è qui con l’infinità dei punti del segmento geometrico pensato all’interno di una operazione idealizzante. È sufficiente tutto ciò per ritenere che in Aristosseno vi sia una netta opzione per l’accettazione della matematica degli irrazionali e di intervalli con valori numerici irrazionali? Dal punto di vista concettuale una presa di posizione su entrambi i versanti non è obbligatoria. E vi è il dubbio che, quando si risponde in modo nettamente affermativo a questa domanda da parte dell’interprete si faccia valere ancora l’idea pregiudiziale che ogni presa di posizione sul terreno degli intervalli debba avere necessariamente una controparte matematica. L’ipotesi che Aristosseno portasse la propria impostazione sino alla piena consapevolezza anche di questi aspetti resta certamente molto suggestiva – anche se questo, come altri punti della teorizzazione di Aristosseno difficilmente potranno uscire dal loro cono d’ombra<sup>51</sup>.

Una precisazione va fatta anche per la tematica della grandezza. In precedenza abbiamo notato che la grandezza dell’intervallo non occupa più il centro dell’attenzione, nel quale si fa avanti piuttosto la nozione del suo significato e della sua funzione. Occorre tuttavia tener presente che questa affermazione è strettamente connessa ad una critica di una concezione della grandezza presa isolatamente e considerata

<sup>51</sup> Sul problema si veda Richard Crocker, *Aristoxenus and Greek Mathematics*, in *Aspects of Medieval and Renaissance Music*, New York 1961, pp. 96–110. Il dubbio ora formulato mi sembra valga in particolar modo per questo saggio che talora sembra far sospettare che tutta la elaborazione di Aristosseno derivi da una riflessione sui numeri irrazionali.

come *misurata* dal rapporto. Questa critica è dunque ben lontana dal togliere di mezzo il problema della grandezza come grandezza percepita: questo è anzi un aspetto che colpisce vivamente l'orecchio e che sta alla base delle differenze strutturali e funzionali di un sistema. Quando Aristosseno osserva che “per mezzo dell'orecchio (ἄκοή) noi giudichiamo le grandezze degli intervalli, per mezzo dell'intelletto (διάνοια) ci rendiamo conto del loro valore (δύναμις)” (Meib, 33), è certamente difficile interpretare questo riferimento all'intelletto come una funzione nettamente separata dall'esperienza sensibile o addirittura contrapposta ad essa. Il richiamo all'intelletto è un richiamo ad una capacità di afferrare i nessi e ampie strutture relazionali a partire dai dati fenomenologici<sup>52</sup>. Ed è anche difficile sottovalutare il peso dell'affermazione che la grandezza viene giudicata per mezzo dell'orecchio – non si tratta di cosa di poco conto messa a confronto con una concezione monocordista. Con questa affermazione Aristosseno intendeva proprio la possibilità di stabilire uditivamente una misura, di poter comparare anche quantitativamente gli intervalli, di poter stabilire eguaglianze e differenze come evidenze fenomeniche. Se così stanno le cose, dividere in due o in tre o in quattro il tono non aveva in Aristosseno il senso di “di-

<sup>52</sup> Andrew Barker, *Music and Perception: A study in Aristoxenus*, «Journal of Hellenic Studies», 1978, p. 13: Barker rammenta anche l'importanza conferita da Aristosseno alla memoria e così sintetizza la sua posizione: “Speculatively, we might reconstruct his position as being that perception identifies intervals, and memory stores their sequence, thus creating the material for the sort of ‘context’ mentioned above; while the role of *dianoia* is to identify the sequences not merely as sequences of intervals, which would be musically meaningless, but as forming or implying structures which the notes stand in functional relationships to each other”. Nel più ampio saggio del 1984, *Aristoxenus' Theorems and the Foundations of Harmonic Science*, («Ancient Philosophy»), 4, 1984, Barker ribadisce che “Thought must be applied to the data given to our hearing. It is therefore no surprise to find him asserting that it is by hearing that we judge the sizes of intervals, and by *dianoia* that we investigate *dynamis*; this suggests that start by setting out the ear's findings about sizes of intervals and their regular successions, and go on to interpret and explain them in term of the *dynamis* which thought (*dianoia*) reveals as their causes and principles”, p. 55.

vedere” in due in tre o in quattro il rapporto aritmetico di  $9/8$  (ovvero estrarre le radici corrispondenti), ma quello di individuare delle posizioni che *all’orecchio potessero apparire tali*. Su questa base egli formula anche delle valutazioni quantitative ben determinate sulla grandezza degli intervalli. Ma quale validità possono avere simili valutazioni e misurazioni? È possibile in generale avanzare la pretesa di *misurare* gli intervalli in modo puramente uditivo? In che modo un simile problema può essere correttamente impostato?



### 1. Fenomenologia dell'intervallo

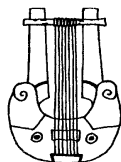
---

Proprio le ultime considerazioni relative alla posizione di Aristosseno e le domande lasciate aperte, indipendentemente dai difficili problemi di interpretazione che esse propongono, ci stimolano ad occuparci più direttamente, al di là del dibattito della tradizione storica, di questioni attinenti ad una possibile *fenomenologia dell'intervallo*. Ovunque infatti abbiamo implicitamente o esplicitamente presupposto l'eguaglianza e la differenza di intervalli, la possibilità di valutare la loro grandezza, di stabilire se un intervallo sia maggiore e minore di un altro, e così via. Ora, considerando l'intervallo come rapporto queste nozioni appaiono senz'altro applicabili, sia pure con qualche difficoltà e usando qualche via traversa, tenendo conto di un calcolo frazionario relativamente non ancora evoluto. Nelle valutazioni delle grandezze abbiamo subito a che fare con numeri e con calcoli aritmetici.

Ma come stanno le cose in rapporto all'intervallo "udito"? In realtà non appena ci disponiamo su questo terreno e ci chiediamo in che modo si possano effettuare operazioni di confronto tra intervalli scopriamo con una certa sorpresa che né le domande né le risposte sono troppo ovvie. Con sorpresa: per il fatto che siamo ben consapevoli che sia nella pratica musicale sia nell'ascolto, queste relazioni di grandezza sono chiaramente afferrate – altrimenti ne andrebbe di mezzo la stessa nostra capacità di afferrare i nessi interni del brano musicale e dunque l'intero suo senso. Nello stesso tempo avvertiamo un certo imbarazzo di fronte a quelle domande, che ci possono apparire in certo senso forzate, artificiali.

Si tratta di una sensazione ben fondata. Consideriamo anzitutto ciò che accade nell'ascolto. È certamente innegabile che ogni nota venga colta nel suo "luogo" e così vengano colte tutte le relazioni che si istituiscono su questa base. Un semplice sviluppo melodico descrive un percorso che può essere seguito solo nella misura in cui siamo in grado di afferrare le altezze dei suoni, le loro relazioni, le durate reciproche, le direzioni di movimento. Tuttavia occorre subito richiamare l'attenzione sul fatto che questo "afferrare" non fa tutt'uno con un atto di *valutazione* esplicita. Tocchiamo qui uno dei problemi di carattere generale di una teoria della percezione fenomenologicamente orientata. *Giudicare* non è la stessa cosa che *percepire*, anche se il giudizio concerne proprio uno stato di cose percettivo. Nel percepire come tale, nella "semplice percezione", intervengono "sintesi" e quindi connessioni relazionali *passive*. Se ad esempio ci vengono proposti quattro suoni in successione<sup>53</sup>:

Es. 1



udiamo dipanarsi il profilo del motivo che esse propongono in modo del tutto chiaro, seguendo semplicemente il percorso dei suoni che si succedono l'uno dopo l'altro. Supponiamo ora che ci venisse chiesto inattesa – dopo l'ascolto – quale sia la posizione del terzo suono rispetto al primo ed al secondo dal punto di vista dell'altezza. La risposta potrà anche essere piuttosto facile, ma essa richiede un caratteristico *ritorno intenzionale* sull'appena udito: il motivo deve essere in

<sup>53</sup> Tutti gli esempi sono in files di formato mp3. Per il loro ascolto è necessario che sia attivo un programma di lettura di questo formato e che l'estensione mp3 sia associata ad esso.

qualche modo riattualizzato e nel corso di questa operazione dobbiamo anche riordinare mentalmente le altezze ponendole in ordine scalare. Solo in questa riattualizzazione rimemorativa si può parlare di un “giudizio” vero e proprio, e non invece in rapporto al semplice afferramento della successione come tale. Quando il motivo si è concluso la nostra attenzione ha sotto la propria presa l’ultima nota – ed anche se il decorso appena passato è ancora ritenuto, l’ordine scalare dell’ultima nota con le precedenti non è affatto immediatamente a portata di mano. Questa differenza può essere messa in rilievo anche prendendo in considerazione la modificazione che interviene nel modo dell’ascolto qualora siamo resi avvertiti che, dopo di esso, ci verrà richiesto di stabilire quale posizione occupi la terza nota rispetto alle altre due che la precedono. Da questa richiesta preventiva *viene modificata l’intera struttura intenzionale dell’ascolto*: esso non si abbandonerà più al puro decorso temporale, ed al ritenere, che avviene in ogni caso, si associa un *trattenere*, che è precisamente un *trattenere per confrontare*. Così, non appena risuona il secondo suono, il primo suono trattenuto verrà subito confrontato con esso per accertare se esso sia più o meno grave. Questo confronto non ha bisogno di essere verbalmente espresso, ma ha già in ogni caso la forma di un giudizio: “il secondo suono è più acuto del primo”; e con l’arrivo del terzo suono, esso dovrà essere a sua volta confrontato con entrambi che saranno stati “trattenuti” proprio in vista del confronto: il terzo suono è più grave del secondo, ma più acuto del primo. Nel giudizio conclusivo secondo cui il primo suono è il suono più grave, a cui seguono nell’ordine il terzo e il secondo, si può vedere addirittura qualcosa di simile ad un ragionamento – essendo il terzo suono più grave del secondo ma più acuto del primo, allora... – che è tutto estraneo all’afferramento percettivo puro e semplice della successione dei suoni. Dalla richiesta verbale preventiva è dunque stata riorientata l’intera struttura dell’ascolto, che in luogo di aderire *passivamente* al decorso percettivo afferrandone in ogni caso tutti i momenti relazionali, viene at-

traversato da “intenzioni” *attive* che non appartengono ad esso e che procedono in senso opposto al puro deflusso temporale, imponendogli le “forzature” necessarie per il confronto. In generale nell’ascolto di un brano musicale eguaglianze e differenze debbono essere udite, e dunque chiaramente afferrate, *e non anche giudicate*. Un ascolto “analitico” che non lascia vivere le forme delle sintesi passive così come si offrono nel processo sarebbe un ascolto forzato e rischierebbe di avere conseguenze distruttive sulla capacità di afferrare il movimento musicale.

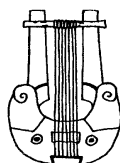
In questo senso le domande intorno alla grandezza degli intervalli ci possono sembrare parzialmente artificiali, e le risposte eventuali in ogni caso niente affatto a portata di mano. Esse pongono il problema dell’effettuazione di giudizi, oltrepassando il piano della semplice percezione. Lo stesso problema, ed in forma particolarmente netta, si presenta nel caso delle pratiche esecutive. Se consideriamo le modalità di apprendimento della musica, si può addirittura arrivare a sostenere che il problema di una valutazione giudicativa autentica della grandezza degli intervalli e delle relazioni che intercorrono tra essi in forza della loro grandezza forse non entra nemmeno in linea di conto. Infatti non si tratta di apprendere in via preliminare a valutare correttamente la grandezza degli intervalli attribuendo ad essa eventuali valori numerici, ma se mai di imparare a riprodurre correttamente una determinata struttura intervallare che ha carattere fondamentale relativamente ad un determinato linguaggio, ad esempio una scala nel modo maggiore o minore; oppure ad intonare correttamente intervalli significativi, sempre relativamente ad un determinato linguaggio – ad es. una ottava, una quinta, una settima, una seconda ecc. – quindi a riconoscere l’intervallo nel modo in cui esso “suona”, nella sua peculiare “fisionomia” legata ad aspetti qualitativi assai più che “quantitativi”; e comunque sempre nel presupposto di un “sistema” in cui essi occupano una posizione ben determinata. Chiedere di eseguire una quinta è cosa assai diversa che chiedere di eseguire un

intervallo grande sette semitoni. Così, se chiedessimo ad un musicista se, quando esegue due note che si trovano ad un intervallo di semitono, sia veramente sicuro che l'intervallo eseguito sia grande esattamente la metà di un tono, come dovrebbe essere secondo la scala temperata corrente, egli tenderà probabilmente a ritenere la domanda del tutto fuori luogo, vorrei quasi dire: *caratteristica di un non musicista*. E certamente in questo egli ha le sue buone ragioni.

Ma per comprendere a fondo queste ragioni, ed anche per chiarire meglio il senso di questa discussione ed le questioni che essa solleva, non ci si può limitare a questi rilievi. Conviene invece esaminare un poco più da vicino il problema della valutazione uditiva della grandezza degli intervalli, considerata intanto come uno dei possibili problemi di una fenomenologia dell'intervallo. Cosicché riproponiamo le domande iniziali: Come è possibile stabilire se un intervallo sia maggiore, minore o eguale ad un altro? O addirittura se esso sia la sua metà o il suo doppio? E persino – perché no – i due terzi di esso? Ha senso stabilire una “unità di misura” delle grandezze intervallari e in che modo ciò può essere fatto? Queste domande non vengono tuttavia qui proposte come se dessero l'avvio ad un'indagine empirico-psicologica, ma come stimoli ad una riflessione tendente a mettere evidenza gli aspetti di ordine concettuale in esse implicate.

Da questo punto di vista potrebbe essere interessante cercare le condizioni in cui la valutazione potrebbe essere nettamente favorita. Se consideriamo il caso seguente, nel quale gli estremi appartengono a regioni sonore molto differenti

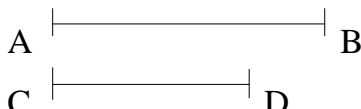
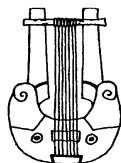
Es. 2





potremmo forse dire che essi ci appaiono uditivamente abbastanza simili in rapporto alla grandezza, ma forse al primo ascolto potremmo esitare per quanto riguarda il problema se essi siano eguali tra loro o eventualmente quale dei due sia maggiore. Come abbiamo notato or ora, la nostra non è uno spunto di indagine rivolta alla capacità soggettiva dei singoli di confrontare correttamente la grandezza degli intervalli, e quindi non siamo interessati a sentire diverse possibili opinioni in proposito. Ci interessa invece accertare invece se esistano condizioni favorevoli in cui il problema della valutazione non si presenti, per così dire, semplicemente *campato in aria*. Proviamo allora, mantenendo identiche le grandezze dei due precedenti intervalli, a riportarli l'uno sull'altro, ad esempio, il secondo sul primo, in modo da far coincidere uno dei suoi estremi. Nel caso seguente l'estremo sinistro (ovvero la nota che risuona per prima) del secondo esempio precedente viene fatto coincidere con l'estremo sinistro del primo – ferma restando la grandezza degli intervalli e l'ordine in cui essi vengono proposti.

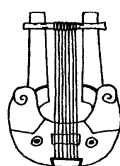
Es. 3



La situazione è ora interamente mutata: il secondo intervallo *appare senz'altro* come minore del primo. Questo mutamento è dovuto al fatto che facendo coincidere l'estremo sinistro abbiamo stabilito una *condizione di sintesi* molto forte tra i due intervalli in modo tale che il secondo sembra essere contenuto

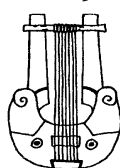
nel primo. Forse potremmo arrivare a dire che è *come se* si trattasse dello *stesso* intervallo, che si è tuttavia *accorciato*. Da un punto di vista oggettivo, questo modo di esprimersi non avrebbe certamente alcun senso, eppure esso è tutt'altro che estraneo ad un modo possibile di intendere e quindi di affermare il contesto percettivo. In effetti, non ci si trova, dal punto di vista percettivo, di fronte ad una semplice giustapposizione di "luoghi", ma ad una relazione dinamica nella quale l'identità di uno degli estremi conferisce alla struttura l'andamento di un movimento di contrazione che risulta particolarmente accentuato se si aumenta il numero degli intervalli che diventano sempre più piccoli. Lo spazio si va via restringendosi, come se fosse fatto ad imbuto.

Es. 4



Analogamente si potrebbe parlare di un allargamento progressivo dell'intervallo per l'esempio che segue:

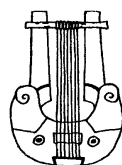
Es. 5



La tipicità di questa situazione consiste nel fatto che gli intervalli nel loro succedersi non presentano uno spostamento da luogo a luogo, ma appunto un unico luogo che va via restringendosi o allargandosi. Se ora ci chiediamo in quali condizioni potrebbe essere apprezzata uditivamente l'eguaglianza di due intervalli, ci rendiamo subito conto che nelle considera-

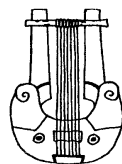
zioni precedenti è contenuto un suggerimento che vale anche per questo caso: in luogo di considerare intervalli disparati, presi in regioni lontane tra loro, stabiliamo tra essi una qualche forma di collegamento. Ovviamente, nel caso dell'eguaglianza non possiamo contare su una condizione come quella di cui ci siamo avvalsi or ora (i due estremi risulterebbero coincidenti), ma essa suggerisce una diversa interessante possibilità. Consideriamo il caso seguente nel quale intervalli di eguale grandezza si succedono in modo che l'estremo destro del precedente coincida con l'estremo sinistro del successivo.

Es. 6



In tal caso avremo la sensazione di un cammino che procede in modo molto regolare. La sensazione di regolarità è ancora messa più in risalto dal confronto con l'esempio successivo nel quale è stato invece effettuato lo spostamento di una sola nota, e di conseguenza di due intervalli successivi – l'uno è divenuto più largo, l'altro più stretto.

Es. 7



La differenza fra queste due sequenze risulta nettissima, e in particolare risulta nettissimo il punto del divario. Vi è tuttavia da chiedersi se sia lecito, sulla base di esempi come questi parlare veramente di un'eguaglianza percepita e valutata in modo puramente uditivo. In realtà resta il fatto che se diciamo "gli intervalli che abbiamo udito sono eguali" non intendiamo riferirci ad ogni intervallo preso ciascuno per conto suo e messo a confronto con ogni altro, quanto piuttosto proprio all'andamento regolare della successione. Per riprendere i termini della problematica precedente, potremmo dire che questo andamento è ciò che è afferrato sinteticamente nella semplice percezione, ed esso rappresenta la base per un'esplicitazione analitico-giudicativa. In particolare, va richiamata l'attenzione che in tutto ciò una valutazione quantitativa non entra in linea di conto. Non abbiamo effettuato alcuna misurazione per giudicare eguali gli intervalli interessati. Mentre diventa importante, affinché il problema della valutazione assuma un profilo sufficientemente determinato, il fatto che gli intervalli non vengano considerati isolatamente ma in una struttura unitaria. Nel caso precedente, l'estremo comune ci consentiva di parlare di accorciamento o eventualmente, nel caso opposto, di allungamento, quasi che avessimo a che fare con una sola unità intervallare che si estende o si contrae. Ora gli estremi in comune propongono un *cammino* unitario, e questa forma di unità viene afferrata come regolarità del cammino. Parlare di regolarità di un cammino è come parlare della sua "fisionomia", di un "aspetto" – alludendo dunque ad una qualità complessiva, alla quale si può appoggiare un *giudizio* di eguaglianza, *come se fosse una sorta di spiegazione razionale della regolarità percepita del cammino*.

*La presenza di un'intento giudicativo esplicito stabilisce una differenza netta rispetto all'ascolto ed alla pratica musicale* – questo è un punto che va ribadito. Ma si deve anche prendere atto del fatto che il problema del giudizio assume una sua determinatezza solo in una considerazione dinamica ed in preci-

se condizioni di contesto. Inoltre, quando vi è questa determinatezza, l'aspetto quantitativo tende a sfumare di fronte a caratterizzazioni di ordine qualitativo. *Ciò significa che il problema propriamente musicale si annuncia con chiarezza già sul terreno fenomenologico.* Anzi a partire proprio da considerazioni fenomenologiche comprendiamo le buone ragioni dei sospetti musicali di fronte alle richieste di giudizi sulle grandezze. *Ciò che importa sono le relazioni considerate all'interno di un sistema, sono i caratteri che gli intervalli ricevono nel contesto di una struttura più ampia.*

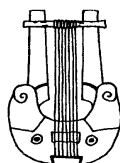
Se un intervallo sia o non sia la metà di un altro è una questione che sappiamo ormai come potrebbe essere affrontata, essendo strettamente legata ad una valutazione di eguaglianza. Essa può infatti assumere la forma di una domanda relativa alla suddivisione di un intervallo in due parti eguali. Si pensi esemplificativamente ad una valutazione "a occhio" relativamente ad un segmento suddiviso da una sbarretta verticale. Se il segmento non è troppo grande, è facile notare anche solo un piccolo spostamento della sbarretta verso destra o verso sinistra.



Così, nell'esempio probabilmente avvertiamo subito che la sbarretta nella figura B è troppo spostata verso sinistra.

Nel caso dei suoni ci potremmo riferire ad una situazione analoga. Tra i due estremi di un intervallo inseriamo una terza nota. Nell'esempio seguente, si propone 1. un intervallo 2. tre esempi di inserimenti di una nota all'interno di quell'intervallo:

Es. 8



A |—————| B

A |———|—————| B

A |—————|———| B

A |—————|—————| B

Nel primo caso il secondo suono è troppo vicino al primo e troppo lontano dal secondo; nel secondo vale l'inverso; mentre l'ultimo caso ci appare come una suddivisione *equilibrata* dell'intervallo. Questa parola “equilibrata” ha naturalmente lo stesso senso della parola “regolare” che abbiamo utilizzato in precedenza, e d'altra parte i casi sono strettamente affini. Anche in questo caso siamo alla presenza di una valutazione che potremmo caratterizzare come “qualitativa” in quanto viene valutato anzitutto il tipo di andamento della successione.

Questi problemi di giudizio e di valutazione possono anche essere convertiti in problemi di produzione dei casi corrispondenti. Ad esempio il problema di valutare se un certo intervallo sia eguale o meno ad un altro può essere convertito nel problema di produrre, dato un certo intervallo, un intervallo eguale, maggiore o minore, ricorrendo a procedure di accordatura. Si tratterà allora, di decidere mediante l'orecchio,

quando, date due corde accordate su A e B, la tensione di una terza corda raggiunge una nota C tale che l'intervallo A–C passando attraverso B appaia suddiviso in modo equilibrato, decidendo così nello stesso tempo sull'eguaglianza degli intervalli ovvero sul fatto che l'intervallo A–C rappresenta il doppio dell'intervallo A–B.

Va da sé che queste valutazioni potranno essere accompagnati dal dubbio o dalla certezza – “mi sembra..., ma non ne sono del tutto certo” oppure “sono certo, sembra ombra di dubbio...” – ed è chiaro anche che né la certezza soggettiva può essere confermata né il dubbio può trovare soluzione *restando all'interno del campo fenomenologico*. Ma questo è un altro problema. La certezza oggettivamente fondata non sta dalla parte del dato, ma dalla parte della sua costruzione, quando questa costruzione è una costruzione “tecnica” – come nel caso dei nostri esempi, che sono stati costruiti al calcolatore. Dunque sappiamo benissimo come stanno le cose poiché sappiamo che cosa abbiamo voluto fare e così abbiamo fatto.

Di questa discussione si apprezzerà forse meglio il senso non appena si affronta il problema della misurazione. Parlare, come abbiamo fatto in precedenza, di valutazioni “qualitative” significa in particolare che esse sono “senza numero”, ovvero che alla loro base non vi sono misurazioni. Ma se è abbiamo dato senso alla possibilità di dire, ad esempio, che un intervallo è maggiore di un altro, allora sembra ovvio poter chiedere “di quanto?”; e dunque sembra ovvio che si possa anche realizzare una *misurazione*, sempre restando nel campo dei dati percepiti.

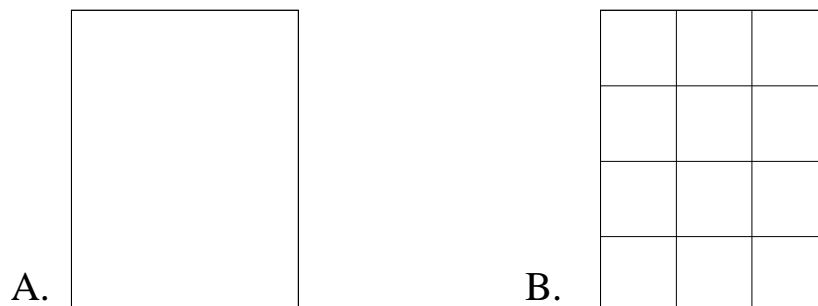
In realtà proprio su questo punto occorre la massima cautela. A partire da un'ovvietà apparente, si rischia di precipitare in una situazione particolarmente confusa. Intanto, se si parla di misurazione ci si richiamerà all'impiego di un'unità di misura che andrà “riportata” sull'intervallo da misurare. Ma si comprende subito che l'idea di unità di misura e di riporto è tutt'altro che a portata di mano nel caso nostro, anche

se le considerazioni precedenti hanno preparato il terreno a questo passaggio. Generalmente non si scorge in tutto ciò alcuna difficoltà proprio perché alla problematica “soggettiva” si fa subentrare, più o meno consapevolmente, la problematica oggettiva corrispondente. Noi sappiamo, ad esempio, che il nostro semitono è la dodicesima parte di una ottava. Lo sappiamo perché lo abbiamo costruito così. Di conseguenza possiamo usare il semitono come *unità di misura* ovvero come *unità di conto* per indicare la grandezza di qualunque intervallo del nostro sistema musicale. Così potremmo misurare in cinque semitoni la grandezza della quarta, ed in sette la grandezza della quinta. I numeri cominciano ad apparire. In tutto ciò sembra implicata una naturale conseguenza in ordine al problema della *semplicità* e della *composizione* degli intervalli. Potremmo infatti affermare che – nel nostro sistema musicale – il semitono rappresenta un intervallo *semplice* in quanto essa è l'*unità minima del sistema*, e in questo senso è una unità indivisa, o meglio *assunta* come indivisibile. Composti, invece, e in ultima analisi composti di semitoni, tutti gli altri intervalli. Ciò sembra funzionare dal punto di vista logico-concettuale. Funziona invece assai poco ed assai male *in rapporto alla tematica concreta e musicale dell'intervallo*. Non a caso la questione della semplicità e della composizione è particolarmente controversa nella trattatistica musicale, ed a ben vedere alla base di tutte le discussioni vi sta proprio una confusione tra l'idea di una semplicità oggettivamente fondata e l'idea di una semplicità che invece faccia riferimento al dato percettivo. D'altra parte, la distinzione tra semplicità e composizione è sempre stata di imbarazzo, per motivi analoghi, nel dibattito filosofico, nel quale essa si presenta sia nel quadro della logica o dell'epistemologia come in quello della metafisica generale.

Un modo di approccio fenomenologico sembra riportare subito un po' di ordine.

Si considerino le due seguenti figure di rettangoli A e B.





Non vi è certamente nulla da obbiettare se si dicesse che il rettangolo A è privo di suddivisioni, a differenza del rettangolo B che è invece suddiviso in dodici parti eguali. Se parliamo di semplicità e di composizione, sembra giusto attribuire la prima al rettangolo A piuttosto che al rettangolo B. Sembra tanto giusto che ci si può meravigliare che si dia enfasi filosofica ad un simile rilievo. Eppure esso è particolarmente importante perché mette in evidenza la necessità di distinguere tra ciò che vi è nel dato *attuale* e ciò che al più può essere attribuito ad esso come pura *potenzialità pensata*. Così il rettangolo B può essere detto suddiviso in quindici parti perché così *attualmente* appare; mentre il rettangolo A appare attualmente indiviso, anche se possiamo *pensarlo* come divisibile in più parti.

Si comprende subito quali siano le conseguenze di questa nozione della semplicità e della composizione in rapporto alla problematica degli intervalli.

Aristosseno ci è maestro anche in rapporto a questo problema: il problema della semplicità – egli insegna – non deve essere ricercato nella pura indivisibilità *assoluta*, quindi nel *minimo intervallo percepibile*, ma piuttosto nel modo di “intendere” l’intervallo considerando la sua integrazione all’interno di un sistema. Egli definisce infatti come semplice un intervallo caratterizzato da due estremi fra i quali non è interposta alcuna nota. Ma, in coerenza con la concezione re-

lazionalistica e funzionalistica, l'assenza di una nota interposta riguarda il dato attuale. Cosicché si può affermare senza contraddizione che il ditono è semplice "quando limitato dalla *mese* e dalla *lichanos*, composto quando è limitato dalla *mese* e dalla *parhypate* (Meib. 60.30)". In quest'ultimo caso tra l'una e l'altra nota risuona effettivamente una nota intermedia, la *lichanos* stessa<sup>54</sup>.

Questo rilievo è realmente notevole. Il ditono sembra dal suo stesso nome essere condannato ad essere un intervallo composto. Ma la distinzione tra una considerazione di ciò che è un intervallo integrato all'interno di un brano e ciò che esso può essere in una considerazione astratta da esso è decisiva.

In un quadro di discorso più ampio: se, dopo che un intervallo è risuonato all'interno di un brano, esso viene nuovamente ribadito e messo in evidenza, ma questa volta con note intermedie comunque disposte, allora è come se l'intervallo stesso *declinasse* la propria partizione, una partizione ben determinata che appartiene a sua volta all'attualità. La suddivisione dell'intervallo si manifesta nell'avvicendamento delle strutture intervallari che debbono essere fatte in modo da rendere la suddivisione concretamente percepita. Inversamente, anche la semplicità di un intervallo deve essere esibita, ad esempio *con la sua costante ricorrenza senza note intermedie all'interno del brano*: come accade nel caso dell'intervallo di "terza minore" in una melodia pentatonica nettamente delineata. Questo intervallo, che è abbastanza ampio, non viene declinato in qualche sua possibile partizione interna, ed è questa circostanza che lo rende, nel contesto dato, un intervallo semplice e che stabilisce la fisionomia di quell'intervallo all'interno di quel determinato brano musicale e contribuen-

<sup>54</sup> In effetti, secondo le partizioni aristosseniche, nel genere enarmonico l'intervallo tra *mese* e *lichanos* arriva al ditono, mentre ad es. nel cromatico tonico a due toni dalla *mese* vi può essere la *parhypate*, comprendendo quindi la *lichanos*. Cfr. A. Bélis, *Le "nuances" nel Trattato di Armonica di Aristosseno di Taranto*, art. cit.

do a sua volta in modo decisivo alla fisionomia del brano musicale stesso. Così la teoria musicale tenderà, anche indipendentemente da una riflessione approfondita sull'argomento, a parlare di "composizione" solo quando si mettono in questione le articolazioni intervallari significative relativamente ad un certo linguaggio. Ha senso, relativamente al linguaggio tonale, parlare della quinta come composta da terza maggiore + terza minore, e non ad esempio da quarta + tono o addirittura, secondo l'esempio proposto in precedenza, come composta da sette semitoni.

Forse sembrerà che a questo punto il problema della misurazione ci sfugga nuovamente. Ma in realtà le nostre considerazioni precedenti servono anche ad una sua impostazione corretta, in quanto propongono indirettamente la localizzazione di questo problema sul versante del *pensiero dell'intervallo* piuttosto che su quello dell'*intervallo percepito*.

Vogliamo spiegare questo punto. In precedenza abbiamo richiamato l'attenzione sul fatto che non solo è possibile dare giudizi sull'eguaglianza o meno degli intervalli, ma anche che è possibile produrre i casi corrispondenti attraverso operazioni di accordatura. Ciò ci consente di comprendere il senso che potrebbe ricevere la nozione di *unità di misura* e quella, ad essa intrinsecamente connessa, del suo *riporto* sull'entità da misurare quando questa entità è una entità così evanescente come un intervallo udito. Sia ad esempio l'intervallo da misurare un intervallo di quarta. E si voglia assumere come *unità di misura* il tono pitagorico – la cui grandezza è percettivamente ben definita come distanza tra quinta e quarta: occorrerà allora semplicemente duplicare, triplicare, ecc. questo *intervallo nel senso e secondo la procedura precedentemente illustrata*, valutando il risultato di volta in volta ottenuta con l'intervallo da misurare. In questo e niente altro consiste l'operazione di riporto. Arriveremo così all'affermazione secondo cui la quarta *consta di due toni e di un resto inferiore al tono*. Essa ha esclusivamente un sostegno fenomenologico, che

consiste in questo: realizzando una successione di tre toni è possibile constatare uditivamente che l'intervallo così ottenuto eccede l'intervallo di quarta. Si noti che qui non intervengono i numeri dei rapporti corrispondenti e nemmeno calcoli su di essi. *Tuttavia i numeri entrano attraverso l'unità di misura.* Quando parliamo di due toni e un resto parliamo del risultato di una misurazione – sia pure inesatta nel senso che lascia un resto. La “suddivisione” della quarta così considerata non viene esibita all'interno di una struttura musicale, ma è una partizione esplicitamente orientata a *quantificare* la grandezza dell'intervallo e quindi a realizzare una misurazione. In certo senso mentre per le suddivisioni attuali avremmo potuto dire che l'intervallo *si* suddivide oppure che esso si presenta come suddiviso, ora invece possiamo dire che siamo noi stessi che proponiamo una sua suddivisione nei termini di un'altro che vale come unità di conto, ed è a questo punto che entriamo nell'ambito di una valutazione quantitativa vera e propria. Ma è anche a questo punto che il legame con l'intervallo attualmente percepito si allenta e si fanno avanti semmai le pure possibilità di partizione alla cui base vi è piuttosto il pensiero di un intervallo come grandezza misurabile.

Naturalmente, nel nostro esempio, il tono è un intervallo autentico, cioè un intervallo che non solo può essere effettivamente percepito, ma è presente nella pratica musicale ed è giustificato da considerazioni sistematiche. Tuttavia, in quanto *unità di misura*, esso dipende da una nostra scelta *in via di principio arbitraria*, da una nostra decisione che non ha bisogno di particolari giustificazioni anche se potrebbe avere i propri buoni motivi. Il vero senso dell'intervallo come unità di conto, e il suo presupporre il pensiero dell'intervallo, si comprende dunque meglio se si sottolinea che esso può anche non essere un intervallo autentico, ma una entità teorica che viene riferita al pensiero astratto dell'intervallo come una grandezza esattamente misurabile. In effetti la teoria musicale si è spesso avvalsa di “intervalli” che non sono intervalli au-

tentici, e la cui natura meramente teorica di unità di conto diventa del tutto esplicita.

In realtà *l'intervallo come unità di conto e l'intervallo come unità effettivamente interveniente in un sistema musicale sono cose radicalmente differenti*. Quando esso vale musicalmente non vale come unità di conto e inversamente.

A questo proposito è interessante un riferimento conclusivo su Aristosseno. Nell'antichità le misure aristosseniche degli intervalli erano obbiettivi polemici privilegiati – a cominciare dall'idea di semitono che Aristosseno intendeva letteralmente come metà di un tono. Questa possibilità era contestata ovviamente dal sostenitore pitagorico dell'intervallo come rapporto, non essendoci *logos* corrispondente alla radice quadrata di  $9/8$ . Secondo le nostre considerazioni, naturalmente Aristosseno avrebbe avuto tutte le sue buone ragioni per controbiettare che una simile negazione era contraria all'evidenza della percezione. Il dimezzamento di un intervallo concepita come *operazione puramente uditiva* è possibile relativamente ad intervalli qualsivoglia. In questa direzione si è subito orientati dall'analogia con il segmento.

Contestata – sempre con riferimento a calcoli relativi all'intervallo inteso come rapporto – era anche la sua tesi secondo cui la quarta fosse esattamente divisibile in due toni ed in un semitono. In realtà, vi sono difficoltà interpretative, lacune e apparenti incongruenze che non ci consentono di procedere con troppa sicurezza su questo punto, ma pur lasciando margini di incertezza laddove vi sono, è per noi interessante – perché in certo senso ci consente di ricapitolare numerosi problemi discussi in precedenza – intrattenerci proprio su questa misurazione.

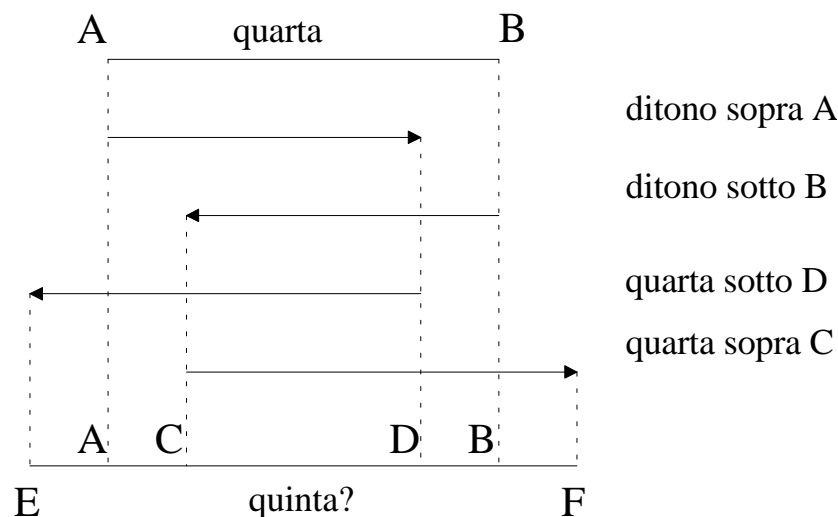
Nell'*Armonica*, Aristosseno tenta una vera e propria dimostrazione della tesi secondo cui la quarta consta di due toni ed un semitono – ed essa è caratteristica sia dell'impiego dell'analogia geometrica, sia della tendenza all'argomentazione logica che non è certo estranea a questo autore, nel

quale il richiamo alla sensibilità (ed ad una sensibilità che in cui si lasciano agire le componenti immaginative) si unisce ad un tempo la tendenza alla sistemazione razionale ed il gusto dimostrativo–deduttivo. Intanto la rappresentazione dell'intervallo come “segmento” suggerisce di *argomentare* in rapporto all'intervallo come si potrebbe argomentare in rapporto ad un segmento, istituendo eguaglianze e differenze. Di ciò è effettivamente un bell'esempio la dimostrazione in questione. Essa può essere schematizzata<sup>55</sup> proponendo un segmento AB come figura dell'intervallo di quarta

A  B

Ovviamente questa linea non ha nulla a che vedere con la rappresentazione della corda, caratteristica dei nostri diagrammi precedenti, ma rappresenta appunto il plenum potenziale di suoni che vi è tra gli estremi A e B. Ora si determini la posizione di un ditono più grave di B e di un ditono più acuto di A: l'unica condizione che deve essere rispettata, nella rappresentazione grafica, è che i punti C e D siano disposti in modo che  $AC = DB$ , essendo entrambi il risultato di una sottrazione dallo stesso segmento di segmenti di eguale grandezza. Si prenda ora D e si prenda la quarta inferiore ad essa, individuando il punto E, e così si individui il punto F che contrassegna una quarta al di sopra di C.

<sup>55</sup> Cfr. Malcolm Lichtfield, *Aristoxenus and empiricism. A Reevaluation based on his Theories*, «Journal of Music Theory», 1988, n. 32, p. 63.



Poiché AD è eguale ad un ditono, l'intervallo EA deve essere eguale a DB, e dunque ad AC, ed analogamente il segmento BF sarà eguale ad AC, cosicché saranno  $DB=BF$  e  $EA=AC$ .

Fin qui non vi è assolutamente nulla da eccepire. Il punto cruciale della dimostrazione è il seguente: occorre verificare uditivamente se l'intervallo EF è una consonanza. A questo punto dunque ciò che era in effetti un'argomentazione puramente geometrica, ha bisogno di un appoggio nella sensibilità. Se EF è una consonanza, e ammettiamo che lo sia, essa sarà una consonanza di quinta<sup>56</sup>. Ora essendo ED una consonanza di quarta per costruzione, DF ha necessariamente la grandezza di un tono *essendo questo definito come differenza quinta e quarta*, e ovviamente DB e BF dividono esattamente in due questa grandezza. La conclusione è che la quarta AB, da cui avevamo preso le mosse, è suddivisa in un ditono AD ed in un semitono DB che è la metà di un tono.

Questa dimostrazione ha un punto cruciale: ed è esat-

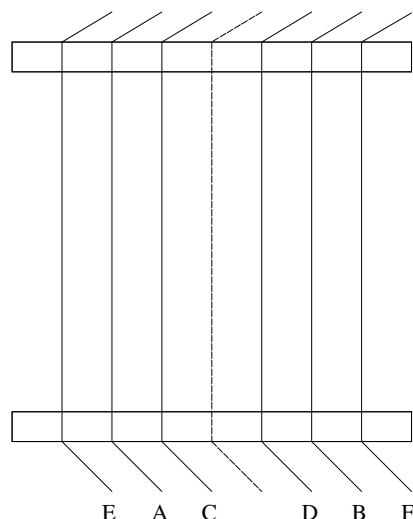
<sup>56</sup> Aristosseno cerca anche di fornire anche un'argomentazione logica per escludere che possa trattarsi di consonanza di ottava.

tamente quello in cui si abbandona il piano della riflessione sui segmenti che può perfettamente ignorare quello degli intervalli e deve ricorrere ad una verifica empirica: se l'intervallo EF sia o non sia una quinta. Tutto dipende di qui.

Naturalmente, affinché si possa dare una risposta a questa domanda è necessario che si pervenga a questo punto cruciale, non solo ragionando in termini di segmenti, ma attraverso un cammino da perseguire con l'orecchio. In effetti, poiché ogni passo ha a che fare con una consonanza di quarta o di quinta, *l'intera procedura può essere riportata ad operazioni di accordatura*, quindi utilizzando il monocordo, *non già per valutare i rapporti di lunghezza tra le corde, ma per accertare uditivamente gli intervalli consonantici*. Nello schema seguente le linee rappresentano corde di un eptacordo, che sono indicate dalle stesse lettere che nel caso precedente per rendere più semplice il confronto. Le corde A e B saranno accordate in intervallo di quarta. Per ottenere da una quarta un ditono, e quindi per determinare l'accordatura delle corde C e D Aristosseno stesso indica una procedura su/giù alternando quarta e quinta che richiede l'impiego di una corda aggiuntiva, quella mediana che abbiamo indicato tratteggiata. Il resto non pone problemi<sup>57</sup>.

<sup>57</sup> Per ottenere il ditono in direzione ascendente Aristosseno indica il percorso: – quarta, + quinta, – quarta, + quinta; e il percorso inverso per ottenere il ditono in direzione ascendente (Meib. 55.10). Una corda in più è necessaria per effettuare questi passaggi.

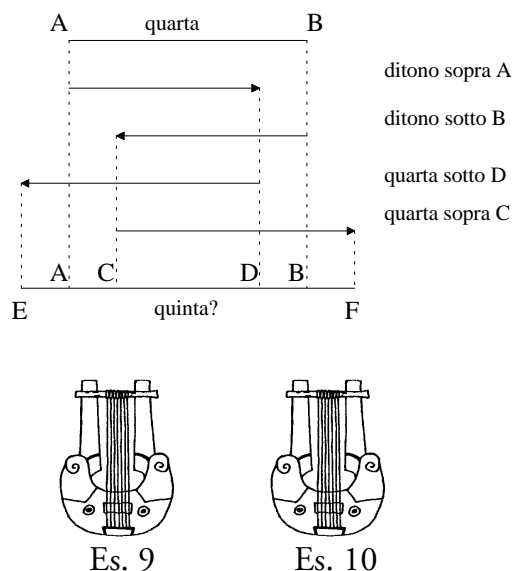




Ma è finalmente il tempo di chiedersi: l'intervallo raggiunto secondo questa procedura è realmente una quinta? Lichtfield ha sperimentato su un monocordo ad otto corde, ed è giunto ad un risultato abbastanza prevedibile<sup>58</sup>: le differenze in questione sono così piccole che talora si ha persino la sensazione di sentire una discreta quinta, soprattutto se nel corso della procedura si accumulano errori anche minimi. Ma compiendo l'esperimento in modo molto accurato, non vi è dubbio che non si tratta di una "quinta giusta", si dovrebbe anzi pervenire ad una vera e propria *quinta del lupo*<sup>59</sup>!

<sup>58</sup> Malcolm Lichtfield, *Aristoxenus and empiricism. A Reevaluation based on his Theories*, «Journal of Music Theory», 1988, n. 32, p. 64.

<sup>59</sup> Si otterrebbe infatti una quinta pari a 678 cents che differisce di un comma di 24 cents rispetto alla quinta giusta di 702 cents. Nell'es. 9 si effettua il percorso di accordatura sino alla quinta ottenuta da Aristosseno; nell'es. 10 si fanno seguire nell'ordine la quinta di Aristosseno e la quinta "giusta".



La dimostrazione viene dunque a cadere sulla base di questa verifica empirica, e non sulla base di calcoli. Per coloro che contestarono la tesi di Aristosseno, invece, questa era già falsa *prima* di ogni verifica empirica – per ragioni puramente calcolistiche<sup>60</sup>. Nello stesso tempo, risulta chiaro il fatto che il tono di disgiunzione assume in questa dimostrazione un ruolo decisivo, e che il ditono di cui egli parla all'interno della quarta sia considerare come consistente di due toni “pitagorici”. Lichtfield conclude da tutto ciò che Aristosseno non fosse uno sperimentatore eccelso, se non notò il problema, oppure se lo notò, non ne tenne in alcun conto nell'elaborazione teorica dimostrando un atteggiamento teorico-speculativo poco interessato alle verifiche empiriche<sup>61</sup>.

<sup>60</sup> Tolemeo nella sua critica ad Aristosseno su questo punto teorizza esplicitamente che il criterio razionale “è ben più degno di fede dell'udito negli intervalli così piccoli” (*Scienza Armonica*, 1.10, op. cit. p. 122). Sulle critiche di Tolemeo ad Aristosseno cfr. nel commento di Massimo Raffa, pp. 326 sgg.

<sup>61</sup> Lichtfield, *art. cit.*, pag. 64. – Nell'Es. 9 si realizza il percorso fino alla quinta EF, mentre nell'Es. 10 si fa udire prima la quinta EF e poi la quinta “giusta”.

Da parte nostra abbiamo premesso di non voler entrare in questa disputa, tollerando incertezze che ci sembrano difficili da risolvere. Ci interessa piuttosto rilevare come in Aristosseno vi sia una vera e propria *seconda via* per l'elaborazione di questo problema, che conduce ad un risultato molto differente e forse persino meno contestabile. Come abbiamo già notato è assai probabile che Aristosseno ammettesse la partizione pitagorica e i rapporti intervallari corrispondenti per quanto riguarda la teoria della consonanza. Ciò comportava che si facesse valere come tono per l'appunto la "differenza" tra quinta e quarta – come Aristosseno afferma anche definitivamente<sup>62</sup> – e poiché quinta e quarta dovevano essere considerate come posizioni fisse, il tono di disgiunzione resta, anche in Aristosseno, il tono pitagorico. Questo vale in particolare nell'ambito della teoria dei generi, come viene attestato da Aristosseno stesso quando scrive: "Nella varietà dei generi, si muovono solo le parti dell'intervallo di quarta, ma l'intervallo proprio della disgiunzione è fisso. Ogni melodia armonizzata, formata da più di un solo tetracordo, è divisa in congiunzione e disgiunzione. La congiunzione è composta solo delle parti semplici della quarta, così che, almeno nella congiunzione, le parti della quarta dovranno necessariamente muoversi. La disgiunzione ha, oltre alle parti delle quarta, un intervallo suo proprio, il tono. Se è stato dimostrato che questo tono, proprio della disgiunzione, non si muove nella varietà dei generi, evidentemente il movimento si avrà soltanto nelle parti della quarta" (Meib. 61.5)<sup>63</sup>.

Ma non è certo contrario allo spirito della posizione aristossenica l'assumere sotto il termine di tono, anche grandezze differenti dal "tono di disgiunzione". In effetti Aristosseno propone una suddivisione della quarta in trentesimi – ecco un

<sup>62</sup> "Il tono è la differenza secondo la grandezza delle prime consonanze" (Meib. 21.20).

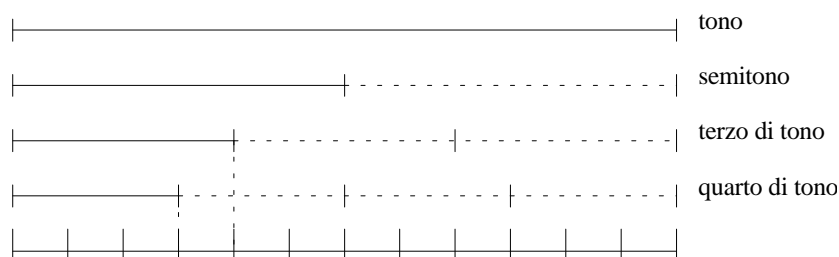
<sup>63</sup> Nella tabella riportata nell'*Armonica* di Tolomeo sulla differenza tra i generi il tono di disgiunzione resta fissato anche per Aristosseno nel rapporto di 9/8. Cfr. Tolomeo, *La scienza armonica*, 2.14, cit.

bellissimo esempio, forse il primo, di unità di misura puramente teorica<sup>64</sup>. Come intervalli più piccoli del semitono Aristosseno ammette ancora il terzo e il quarto di tono, e ritiene che quest'ultimo fosse l'unità minima musicalmente utilizzabile – tutti gli altri intervalli più piccoli vengono considerati amelodici ( ἄμελῳδῆτα). Di conseguenza un intervallo che sia realmente un trentesimo di quarta non appartiene al linguaggio musicale vigente. Si tratta dunque di un modo di concepire la partizione, che prende ancora le mosse dall'immagine del segmento: se posso suddividere un intervallo in tre o quattro parti, nulla mi può impedire di “pensarlo” suddiviso in cinque, quindici, trenta, cento o mille parti. In via di principio l'unità di conto non ha bisogno di alcuna giustificazione musicale, e dunque può essere puramente convenzionale, presa a piacere – esattamente come posso proiettare su un rettangolo che mi appare privo di parti un'unità di misura piccola a piacere, e dunque una partizione sempre più fine. Non importa se questa unità non viene impiegata o addirittura sfugge alla possibilità di essere percepita. Il limite ed il criterio dell'a piacere – se trenta o trentamila – sarà fornito da criteri di utilità in vista degli scopi che ci prefiggiamo. Per quanto riguarda Aristosseno è lecito ritenere che la sua proposta di divisione della quarta in trentesimi fosse intesa a stabilire un qualche criterio di quantificazione del dato fenomenologico in opposizione all'intervallo-rapporto dei pitagorici, un criterio che fosse abbastanza fine da poter operare la differenza tra i generi e le loro sfumature<sup>65</sup>. Questo problema è del tutto assente nel caso della dimostrazione precedente. In base a questa suddivisione risulta interessante (ed anche elegante) determinare il “tono” a  $12/30$  di quarta ottenendo come “resto” il semitono a  $6/30$ . Peraltro la scelta del trentesimo di

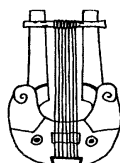
<sup>64</sup> Questa partizione è presupposta nell'*Armonica*, cfr. Meib. 25–26 ed è rammentata da Cleonide, L.Z. p. 71 sgg.

<sup>65</sup> Cleonide parla della partizione in trentesimi della quarta proprio in rapporto al problema di rendere conto della “sfumature” dei generi anche aritmeticamente. Cfr. L.Z. p. 91.

quarta ha la sua origine e la sua motivazione da una riflessione sui piccoli intervalli. La differenza tra il terzo e il quarto di tono esibisce infatti un intervallo che rappresenta la dodicesima parte del tono. L'unità teorica resta dunque agganciata agli intervalli vigenti nel sistema musicale pur non appartenendo ad esso.



Es. 11



Naturalmente va da sé che l'intervallo di quarta è qui correttamente concepito come formato da due toni e un semitono, ma la grandezza del tono, determinata in questo modo, risulta leggermente inferiore al tono di disgiunzione<sup>66</sup>. Il tono di Aristosseno indicato in 12/30 di quarta non è un tono "pitagorico". In realtà, secondo lo spirito delle nostre ultime considerazioni questa circostanza potrebbe essere irrilevante, per il fatto che mentre il tono di disgiunzione è un intervallo "autentico" del sistema, il tono come 12/30 di quarta, così come il semitono a 6/30 ed anzitutto i trentesimi di quarta sono unità di conto la cui utilità sta fondamentalmente nel tentare una quantificazione della fluttuazione della *lichanos* e

<sup>66</sup> Il tono pitagorico è pari a 204 cents. Assumendo la quarta pitagorica a 498 cents, il trentesimo di quarta diventa 16.6 cents, cosicché il tono diventa pari a 199.2 e il semitono a 99.6.

della fluttuazione conseguente della *parhypate*, e quindi delle differenze tra i generi e tra le loro sfumature. Ciò non toglierebbe l'incongruenza con la via precedente che difficilmente si riesce a conciliare con questa<sup>67</sup>. Ma mentre la prima via potrebbe essere considerata erronea sia sotto il profilo calcolistico, sia sotto quello "osservativo", la seconda – se la lettura che abbiamo proposto è corretta – sembra essere esente da errori e incongruenze interne. Stando a questa impostazione risulta una conseguenza notevole: l'intervallo di quarta risulta suddiviso in modo "equalizzato" – come è ovvio; ma se si volesse tentare di giustificare a partire di qui l'idea secondo cui Aristosseno avrebbe anticipato di secoli il temperamento equalizzato dell'ottava si commetterebbero due errori: anzitutto, la suddivisione equalizzata riguarda qui solo l'intervallo di quarta e non si estende all'intera ottava<sup>68</sup>; il secondo errore, assai più grave, sarebbe la confusione tra un fatto che dipende da ragioni squisitamente musicali come è il temperamento equalizzato e un problema che riguarda invece la pura e semplice misurazione della grandezza degli intervalli<sup>69</sup>.

<sup>67</sup> Anche Lichtfield, cit. p. 64, parla di "definizioni conflittuali" di tono. Tuttavia non contempla la possibilità che, almeno nel caso di quella che abbiamo chiamato seconda via, la parola tono possa avere un senso e, del resto, un impiego differenti.

<sup>68</sup> Estendendo la suddivisione sulle due quarte la differenza con l'ottava temperata è realmente minima. Ma non è questo il punto.

<sup>69</sup> L'ipotesi che in Aristosseno sia presente una divisione equalizzata dell'ottava, affacciata già in età rinascimentale, è assai controversa. Malcolm Lichtfield, art. cit. p. 60, la ritiene infondata: "A close examination of Aristoxenus's theories offers no evidence to support the notion of an equal-tempered octave. It has been shown that Aristoxenus referred only to the fourth in discussing the genera. No attempt was made to expand this to the octave. No consonant interval was shown or implied to be tempered. Moreover, no ancient author has described Aristoxenus's ideas in such a way that they seem to indicate equal temperament". – Analoghe perplessità manifesta R. P. Winnigton-Ingram, *Aristoxenus and the Intervals of Greek Music*, «Classical Quarterly», 1932, n. 26: "The term 'equal temperament' is often used in connection with Aristoxenus; ad in a sense by dividing the octave into six and the tone into two he has produced equal temperament. But the difference between his procedure and the temperament of modern theory and practice is more important than their resemblance. Our



## 2. Matematica dell'intervallo

---

Concludiamo questa nostra esposizione ritornando alla nozione *oggettiva* dell'intervallo – dunque all'intervallo come rapporto. Risulta da tutta la nostra esposizione che questi due modi di concepire l'intervallo possono perfettamente coesistere l'uno con l'altro per il semplice fatto che si pongono su terreni differenti, e tanto più lo possono quanto più questa differenza viene chiaramente tenuta ferma. Ora che abbiamo esplorato a sufficienza il versante fenomenologico, converrà aggiungere poche cose sulla matematica dell'intervallo, anche se esse si potrebbero dare per note. Vorrei infatti indicare i passi per l'introduzione del “cent” come unità di misura intervallare ormai diventata da tempo di impiego comune. Di essa si possono trovare spiegazioni nei manuali. Tuttavia credo che sia opportuno ricapitolare questi passi in modo da mostrare come questo problema si possa situare nella cornice dei temi emersi nel corso della nostra discussione.

Come abbiamo visto il numero entra nelle considerazioni intervallari attraverso la lunghezza delle corde. E così il rapporto tra numeri come rapporto tra queste lunghezze. Abbiamo anche notato che, nella teoria greca, il rapporto numerico non si incontra con la teoria fisica – questo incontro è molto tardo e diventa possibile solo quando la teoria fisica è giunta ad un grado sufficientemente avanzato di evoluzione e

---

equal temperament is dictated by practical convenience in the matter of modulation. The modern theorist knows the the intervals are distorted upon a tempered instrument and by how much. But Aristoxenus did not live in an age when temperament in the modern sense was either necessary or desirable” – p. 198.

la nozione di frequenza può essere concettualmente formulata con chiarezza e dominata praticamente per gli scopi sperimentali. Quando ciò avviene, il numero conta le oscillazioni del corpo sonoro – e si invertono le direzioni: a numero maggiore corrisponde suono più acuto, a numero minore suono più grave, mentre in precedenza a lunghezza maggiore suono più grave, a lunghezza minore suono più acuto. Ma per quanto riguarda la “grandezza” degli intervalli essa è sempre misurata dai rapporti, ora precisamente dai rapporti tra le frequenze che, per quanto riguarda gli intervalli consonanti, ci riportano alle proporzioni pitagoriche alle quali danno una definitiva conferma.

Cosicché l’ottava più acuta di un *la* pari a 440 Hz sarà pari a 880 Hz, l’ottava più acuta di questa a 1660 Hz, ecc. Infatti ogni numero deve trovarsi con il precedente nel rapporto di 2:1. La quinta all’acuto dello stesso *la* sarà pari a 660 Hz essendo  $660/440 = 3/2$  ecc.

In generale si otterrà una successione di intervalli eguali mantenendo per ogni elemento della successione il *rapporto caratteristico* dell’intervallo con l’elemento immediatamente precedente. Avendo di mira la nozione di intervallo, potremmo parlare anche, in luogo di successione, di *ciclo* di intervalli, dunque ciclo di ottave, ciclo di quinte, di quarte, ecc. Quando il *rapporto* tra elementi successivi di una successione resta costante, la successione è per definizione una successione (o progressione) *geometrica*.

Poiché la particolarità dei casi è priva di interesse, possiamo prescindere dal numero di frequenza iniziale, sostituendo ad essa il puro rapporto intervallare. Così per un *ciclo di ottave* si avrà la successione

2 4 8 16 32 .....

Notiamo allora subito che ogni elemento di una simile progressione può essere interpretato sia come derivato dall’ele-



mento precedente con una operazione di raddoppio sia come risultato dell'elevazione della "ragione" della progressione (il rapporto costante, in questo caso pari a 2) alla potenza del suo numero di posizione.

2, 4, 8, 16, 32... risultato della elevazione a potenza  
 1, 2, 3, 4, 5.... esponente (numero di posizione)  
 2, 2, 2, 2, 2.... base

In generale: la formula generatrice di una progressione geometrica sarà dunque rappresentata da una funzione esponenziale di forma

$$R^x$$

essendo R la ragione e x una variabile che varia sull'insieme dei numeri naturali. Per ottenere un ciclo di ottave a partire da una determinata frequenza, si moltiplicherà tale frequenza per ciascun elemento della successione  $2^x$ . Così per ogni altro intervallo. Si noti che la serie degli esponenti è una progressione *aritmetica* di ragione 1 (la *differenza* tra un elemento e il precedente è pari ad 1).

A partire da questa impostazione del problema sotto il profilo matematico dobbiamo chiarire che cosa debba significare suddividere un intervallo o moltiplicarlo, che cosa sommare un intervallo all'altro oppure fare la differenza tra essi. Ora non si tratta più di cercare dei metodi per realizzare uditiivamente intervalli, ma di effettuare calcoli. Ad es. avendo un intervallo caratterizzato dal rapporto R, il suo raddoppio occuperà la seconda posizione nella serie, la sua triplicazione la terza posizione, ecc., e di conseguenza il raddoppio sarà pari alla  $R^2$ , la triplicazione ad  $R^3$ , ecc. La suddivisione in due, tre, ecc. corrisponderà alla operazione inversa, ovvero all'estrazione della radice corrispondente. Così, come abbiamo già mostrato discutendo della linearizzazione pitagorica dell'intervallo, la "somma" tra intervalli andrà realizzata calcolistica-

mente come moltiplicazione e la “differenza” come divisione tra i rapporti corrispondenti. Si noti come le espressioni “rad-doppiare, triplicare ecc.” così come “suddividere in due, in tre, ecc.”, “sommare”, “detrarre” riferiti agli intervalli non abbiano significato matematico diretto, cioè non si riferiscano alle operazioni su numeri – in quanto si riferiscono *proprio* agli intervalli, mentre non avrebbe senso parlare di estrazione di radice facendo riferimento ad un intervallo se non indirettamente, dal momento che si tratta piuttosto di un’operazione compiuta sul *numero* caratteristico del rapporto intervallare. Ciò mostra come sia importante mantenere ferma la differenza tra il versante fenomenologico e il versante matematico, e nello stesso tempo correlarli correttamente.

A questo punto tutto è predisposto per introdurre la *moderna unità di misura* degli intervalli.

Come abbiamo visto nella considerazione dell’intervallo come *logos* il problema di una “linearizzazione” dell’intervallo sotto il profilo calcolistico si era imposto fin dal tempo del pitagorismo antico, soprattutto al fine di superare la difficoltà dei calcoli frazionari e della possibilità di condurre agevolmente dei confronti. Questo stesso problema si è posto anche in tempi moderni seguendo una via predisposta dall’affinamento dei metodi di calcolo e in particolare dall’introduzione del concetto di logaritmo. Il punto di approdo è rappresentato dalla proposta da parte di Ellis nel 1884 dell’unità di misura che egli chiamò “cent” e che si è andata imponendo sempre più, anche rispetto ad altre alternative, concettualmente analoghe, come il “savart”. Una discussione come la nostra che ha voluto mettere al centro dell’attenzione l’idea dell’intervallo come percorso lineare da un punto ad un altro punto e l’idea di intervallo come rapporto può concludersi proprio nella considerazione del cent come unità di misura delle grandezze intervallari.

Vediamo dunque di che si tratta. Anzitutto potremmo semplicemente dire che il cent è la centesima parte del semitono temperato e dunque la milleduecentesima parte dell’ot-

tava. In realtà, stando alle nostre considerazioni precedenti, potremmo introdurre questa nozione come uno pseudo-intervallo, ovvero come una unità teorica esattamente come nel caso del trentesimo di quarta di Aristosseno. Si tratterebbe allora senz'altro di una unità che presupporrebbe la *concezione lineare* dell'intervallo, ignorando totalmente l'intervallo come *logos* – e sulla quale si potrebbe far di conto con semplici operazioni aritmetiche correnti. La metà dell'ottava risulterebbe essere pari a 600 cents, così come un tono temperato a 200 cents ed una quinta temperata a 700 cents. In realtà questo sarà alla fine il risultato, ma esso viene conseguito collegando strettamente questa misura lineare all'idea dell'intervallo come rapporto. Il modo di questa connessione è concettualmente piuttosto semplice. Anzitutto siamo in grado *calcolare* la milleduecentesima parte dell'ottava intesa come rapporto 2/1, considerando così il cent non solo come unità di misura teorica, ma anche come riconducibile calcolisticamente all'intervallo inteso come rapporto aritmetico. Sapendo infatti che per ottenere il rapporto dell'*n*-esima parte di un intervallo I, si dovrà fare la radice *n*-esima di I, essendo I = 2, il numero cercato sarà pari a

$$K = \sqrt[1200]{2} = 1.00057778...$$

Ora, questo numero, come ogni altro numero caratteristico di un intervallo, può essere assunto come base di una funzione esponenziale  $K^x$  e dunque come elemento generatore della progressione geometrica corrispondente. Nella centesima posizione di questa progressione troveremo il numero  $K^{100}$ , che è anche il numero caratteristico dell'intervallo del semitono temperato. Ogni intervallo dell'ottava può essere espresso in questo modo, ad esempio la quinta temperata da  $K^{700}$ , ed ovviamente qualunque intervallo *possibile* all'interno dell'ottava (o superiore ad essa superando 1200). Si noti che il numero corrispondente ai cents compare in *esponente* al numero K. Di

conseguenza per ottenere un certo rapporto intervallare  $I$  (che qui esprimeremo in numeri decimali per comprendere indifferentemente numeri razionali e irrazionali) espresso in cents occorrerà stabilire quale esponente deve essere attribuito a  $K$  per ottenere quel rapporto. È a questo punto che entra in scena la nozione di logaritmo. Il logaritmo di un numero  $I$  per una determinata base  $K$  è il numero che deve essere dato in *esponente* alla base  $K$  per ottenere quel numero. Dunque l'intervallo  $I$  espresso in cents è dato dal logaritmo di  $I$  su base  $K$ :

$$\text{Log}_K I$$

Esemplificativamente: volendo calcolare il valore in cents di 1.5 (ovvero della quinta  $3/2$ ) si dovrà determinare

$$\text{Log}_K 1.5 = 701.967$$

Inversamente, se dati i cents vogliamo trovare il rapporto intervallare corrispondente basterà elevare  $K$  al numero corrispondente ai cents:

$$K^{701.967} = 1.5$$

Naturalmente si useranno per lo più le cifre arrotondate quando non è necessaria una precisione maggiore. Poiché è sempre possibile passare dai cents ai rapporti intervallari espressi in numeri decimali, possiamo fare costante riferimento ai cents per indicare le grandezze intervallari, e poiché con i cents abbiamo a che fare con gli esponenti degli elementi di una progressione geometrica, che sono a loro volta in progressione aritmetica, potremo sommare, dividere, moltiplicare intervalli *nel senso aritmetico consueto del termine*, ed ogni intervallo sarà immediatamente confrontabile con l'altro per quanto riguarda la sua grandezza. In certo senso, dunque, con i cents ritorniamo all'intervallo *linearmente* inteso.

L'introduzione dei cents ha avuto un notevole effetto li-

beratorio per quanto riguarda lo studio dell'intervallistica musicale venendo a cadere proprio in un periodo in cui la musicologia europea si apriva alle civiltà musicali extraeuropee e si diffondeva la consapevolezza della necessità di evitare di appiattire le varietà scalari sui modelli di tradizione europea. Il cent naturalmente viene costruito non solo con riferimento all'ottava ma anche al temperamento equalizzato – il nome stesso rimanda al semitono temperato. Ma ciò non implica nessun pregiudizio nel suo impiego – trattandosi se mai di una semplificazione in più in quanto consente di stabilire confronti immediati con intervalli del sistema temperato.

Per concludere: abbiamo voluto indugiare in una spiegazione del problema anche perché sull'intera questione si è forse speculato più del dovuto. C'è chi ha sostenuto che essendo l'intervallo per *la percezione* una grandezza che si somma, divide, ecc., allora la percezione stessa lavora con i logaritmi, quasi che avessimo nella nostra testa delle tavole pronte alla consultazione o che di volta in volta nell'ascolto dei suoni e dei rapporti intervallari si effettuassero calcoli diretti, a quanto sembra, piuttosto complicati. Talvolta si è arrivati ad affermare che gli intervalli con rapporti irrazionali sono più difficili da afferrare proprio per la difficoltà dei calcoli da effettuare che finiscono con l'affaticare la mente. Posizioni come queste sono solo il frutto di un'ingenua epistemologia. Il sommare e il dividere intervalli sul piano fenomenologico non implicano nessuna operazione aritmetica vera e propria, cosicché non ha nessun senso assumere che nella *percezione* degli intervalli vi sia una trasformazione calcolistica da una progressione geometrica ad una progressione aritmetica. Il logaritmo c'è solo quando viene effettivamente impiegato nei nostri calcoli. Esso è, in particolare, il mezzo essenziale per introdurre una unità di misura come il cent che *si affaccia su entrambi i versanti*: anzitutto rimanda ad una concezione lineare dell'intervallo che rispecchia il dato fenomenologico. Come abbiamo notato or ora, si potrebbe introdurre il cent come unità teorica minima di suddivisione dell'ottava esattamente come

nel caso del trentesimo di quarta di Aristosseno. Si assume un intervallo percepito – l’ottava, nel nostro caso – e lo *si pensa* come suddiviso in milleduecento parti. Il milleduecentesimo di ottava non solo non ha alcuna realtà musicale, ma nemmeno una qualche consistenza percettiva. Ciò non toglie che possa assolvere, anche concepito in questo modo, una certa funzione quantificatrice. Se parliamo di un intervallo di 80 cents, posso almeno *farmi un’idea* della sua grandezza, e questo non in forza di calcoli, ma dal fatto che 100 cents ha ricevuto un significato intuitivo essendo una quantificazione del semitono temperato a noi uditivamente ben noto. Analogamente se parlo di 704 cents oppure di 1150 cents – i numeri insegnano subito qualcosa intorno alla grandezza dell’intervallo, anche se un’idea *concreta* della grandezza può essere suggerita solo dal riferimento ad intervalli che hanno per me un significato uditivo specifico, come la quinta o l’ottava.

Ma soprattutto il cent, come misura costruita calcolisticamente a partire dal rapporto, diventa il tramite che introduce al terreno in cui il suono è anzitutto frequenza e l’intervallo rapporto tra frequenze, che è anche il terreno di quei calcoli che sono necessari se vogliamo non solo contemplare il fenomeno, ma anche conoscerlo e costruirlo.

Giovanni Piana

---