Fisica per Farmacia A.A. 2018/2019

Responsabile del corso: Prof. Alessandro Lascialfari

Tutor (16 ore): Matteo Avolio

Lezione del 25/03/2019 – 2 h (10:30-12:30, Aula G10, Golgi)

ESERCITAZIONI – DINAMICA (SOLUZIONI)

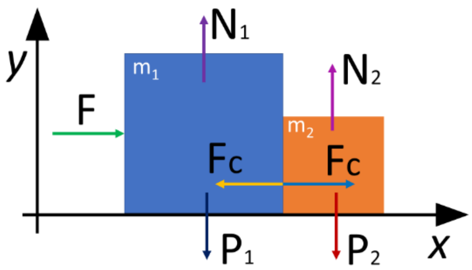
Esercizio 1 – forze di contatto

Due blocchi sono a contatto su una superficie priva di attrito. A uno dei due blocchi è applicata una forza orizzontale. Per m_1 = 2300 g, m_2 = 1200 g e F = 3.2 N, trovare la forza di contatto tra i due blocchi.

SOLUZIONE

Regola generale: Per risolvere questo tipo di problemi, è necessario visualizzare correttamente tutte le forze che agiscono su ciascun corpo. È fondamentale, quindi, prima di procedere con la soluzione, rappresentare graficamente tutte le forze in gioco, ciascuna con la sua direzione, e scegliere un sistema di riferimento opportuno in base al quale dare il giusto segno a ciascuna forza.

a) In questo caso, oltre alla forza F già rappresentata, ci saranno la forza peso di ciascun corpo, le forze di reazione vincolare del piano, e una forza di contatto che agisce tra i due corpi. In particolare, per il terzo principio della dinamica m_2 eserciterà una forza di reazione su m_1 uguale e contraria a quella esercitata da m_1 su m_2. Chiamiamo F_c questa forza e scegliamo l'asse x con verso positivo nella direzione della forza F:



$$m_1 = 2300\ g = 2.3\ kg$$

$$m_2 = 1200\ g = 1.2\ kg$$

$$F = 3.2\ N$$

Per il secondo principio della dinamica, lungo le due direzioni x e y:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma_x \\ \sum F_y = ma_y \end{cases}$$

Lungo y, l'accelerazione è nulla dunque:

$$\begin{cases} N_1 - P_1 = 0 \\ N_2 - P_2 = 0 \end{cases}$$

E si verifica facilmente che, <u>in questo caso</u>, la reazione vincolare del piano è uguale in modulo alla forza peso di ciascun corpo:

$$\begin{cases} N_1 = P_1 \\ N_2 = P_2 \end{cases}$$

Lungo x, invece, la somma delle forze agenti sui due corpi ci porta a scrivere il sistema:

$$\begin{cases} F - F_c = m_1 a \\ F_c = m_2 a \end{cases}$$

Dove l'accelerazione *a* è la stessa per i due corpi, in quanto sotto l'azione della forza F si muoveranno insieme. Dalla seconda equazione del sistema ricaviamo:

$$a = \frac{F_c}{m_2}$$

Che inserita nella prima equazione dà:

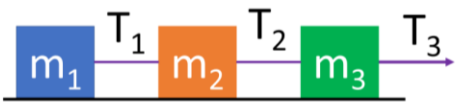
$$F = F_c + m_1 \frac{F_c}{m_2}$$
$$F = F_c \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)$$

Da cui:

$$F_c = \frac{F}{1 + \frac{m_1}{m_2}} = F \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 3.2 \frac{1.2}{2.3 + 1.2} N = 1.1\ N$$

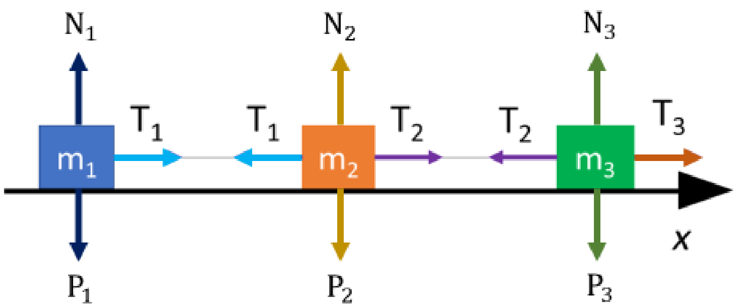
Esercizio 2 - tensione

Tre blocchi collegati tra loro come in figura sono spinti verso destra su un piano orizzontale privo di attrito da una forza $T_3 = 65.0$ N. Se $m_1 = 12.0$ kg, $m_2 = 24.0$ Kg e $m_3 = 31.0$ kg, quanto vale l'accelerazione del sistema? Quanto valgono le tensioni T_1 e T_2?



SOLUZIONE

Anche questo problema si risolve facilmente andando a considerare le forze agenti su ciascun corpo.



$$m_1 = 12.0\ kg$$
$$m_2 = 24.0\ kg$$
$$m_2 = 31.0\ kg$$
$$T_3 = 65.0\ N$$
$$T_1, T_2 = ?$$

Lungo y, come nel problema precedente, la forza peso di ciascun corpo sarà bilanciata dalla reazione vincolare del piano (accelerazione del sistema nulla lungo y).

È interessante invece andare a vedere le forze agenti su ciascun corpo lungo la direzione x, che scegliamo di fissare con verso positivo nel verso di T_3. Ricordiamo che per ogni corpo $\sum F_x = ma_x$, e che l'accelerazione è la stessa per i 3 corpi legati insieme:

$$\begin{cases} T_1 = m_1 a \\ T_2 - T_1 = m_2 a \\ T_3 - T_2 = m_3 a \end{cases}$$

Inserendo la prima equazione nella seconda si ottiene

$$T_2 - m_1 a = m_2 a$$

$$T_2 = (m_1 + m_2)a$$

Inseriamo questo risultato nella terza equazione:

$$T_3 - (m_1 + m_2)a = m_3 a$$

$$T_3 = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

Da cui l'accelerazione del sistema vale:

$$a = \frac{T_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{65.0}{12.0 + 24.0 + 31.0} \frac{m}{s^2} = 0.970\, m/s^2$$

quindi:

$$T_1 = m_1 a = 12.0 \cdot 0.970\, N = 11.6\, N$$

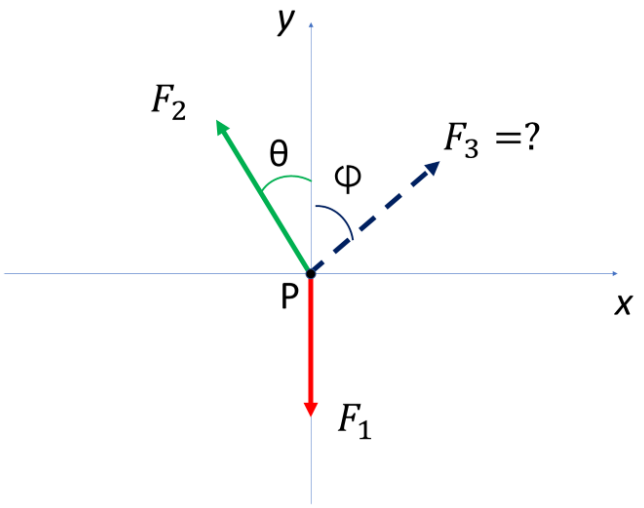
$$T_2 = (m_1 + m_2)a = (12.0 + 24.0) \cdot 0.970\, N = 34.9\, N$$

Esercizio 3 – scomposizione di forze

Un punto P è sottoposto a una forza F_1=34 N lungo il verso negativo dell'asse y e ad una forza F_2=25 N che forma un angolo θ = 30.0° con l'asse y. Calcolare modulo, direzione e verso della forza F_3 che occorre applicare al punto P per mantenerlo in equilibrio statico.

SOLUZIONE

Rappresentiamo graficamente il problema.



$$F_1 = 34\, N$$

$$F_2 = 25\, N$$

$$\theta = 30°$$

$$\overrightarrow{F_3} = ?$$

La condizione di equilibrio impone:

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = 0$$

Che può essere riscritta guardando alle componenti x e y di ogni forza:

$$\begin{cases} \overrightarrow{F_{1_x}} + \overrightarrow{F_{2_x}} + \overrightarrow{F_{3_x}} = 0 \\ \overrightarrow{F_{1_y}} + \overrightarrow{F_{2_y}} + \overrightarrow{F_{3_y}} = 0 \end{cases}$$

Che valgono (in modulo):

$$F_{1_x} = 0$$

$$F_{1_y} = F_1 = 34\, N$$

$$F_{2_x} = F_2 \sin\theta = 25 \sin 30° = 12.5\, N$$

$$F_{2_y} = F_2 \cos\theta = 25 \cos 30° = 21.6\, N$$

Inseriamo ciascuna componente nel precedente sistema, con il segno corretto dato dal verso rispetto agli assi x e y scelti:

$$\begin{cases} 0 - F_{2_x} + F_{3_x} = 0 \\ -F_{1_y} + F_{2_y} + F_{3_y} = 0 \end{cases}$$

(Abbiamo assunto verso positivo per F_{3_x} e F_{3_y}. Otterremo un valore negativo laddove il verso fosse negativo). Ricaviamo:

$$\begin{cases} F_{3_x} = F_{2_x} = 12.5\ N \\ F_{3_x} = F_1 - F_{2_y} = 34 - 21.6 = 12.4\ N \end{cases}$$

Dunque $\overrightarrow{F_3}$ si trova nel primo quadrante (effettivamente il verso di F_{3_x} e F_{3_y} è positivo), e il suo modulo vale:

$$F_3 = \sqrt{F_{3_x}^{\ 2} + F_{3_y}^2} = \sqrt{12.5^2 + 12.4^2}\ N = 17.6\ N$$

Mentre la direzione è data dall'angolo φ in figura:

$$\tan\varphi = \frac{F_{3_x}}{F_{3_y}} = \frac{12.5}{12.4} = 1.012$$

Quindi:

$$\varphi = \tan^{-1} 1.012 = 45.3°$$

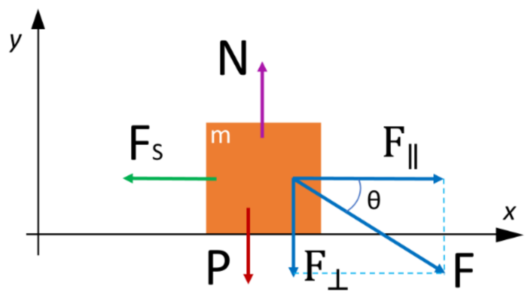
Esercizio 4 – attrito statico e dinamico

Una forza di ampiezza 12.0 N è applicata a un blocco di massa 8.00 kg, la cui direzione forma un angolo θ = 30.0° verso il basso rispetto al piano orizzontale. Il coefficiente di attrito statico tra il blocco e il piano $\mu_S =$ 0.700, mentre quello dinamico è $\mu_d = 0.400$.

a) Il blocco, quando è applicata la forza, comincia a muoversi o resta al suo posto? Quanto vale il modulo della forza di attrito agente sul blocco?
b) Se la forza F fosse applicata in direzione θ = 30.0° verso l'alto rispetto al piano orizzontale, e F = 70.0 N il corpo si muoverebbe? Con che accelerazione?

SOLUZIONE

a) Per prima cosa, disegniamo il problema e tutte le forze in gioco con il loro verso. Fissiamo quindi un opportuno sistema di riferimento x-y in base al quale daremo il giusto segno a ciascuna forza. Notiamo subito che avere una forza F inclinata di un angolo θ rispetto ai nostri assi di riferimento non è comodo. Scomponiamo quindi la forza F nelle sue due componenti $F_{\parallel}$ lungo x e $F_{\perp}$ lungo y.



$$F = 12.0\ N$$
$$m = 8.00\ kg$$
$$\vartheta = 30°$$
$$\mu_S = 0.700$$
$$\mu_D = 0.400$$

$$F_{\parallel} = F\cos\theta = 12.0\ \cos 30° = 12.0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10.4\ N$$

$$F_{\perp} = F\sin\theta = 12.0 \sin 30° = 12.0 \cdot \frac{1}{2} = 6.00\ N$$

$$P = mg = 8.00 \cdot 9.81\ N = 78.5\ N$$

La forza di attrito statico ha un valore massimo che dipende dalla forza di reazione vincolare N perpendicolare al piano, e vale: $F_{S_m} = \mu_S N$. Troviamo N bilanciando le forze agenti lungo y, nella cui direzione il corpo non si muove:

$$\sum F_y = 0$$
$$N - P - F_\perp = 0$$
$$N = P + F_\perp = 78.5 + 6.00\ N = \ 84.5\ N$$

Dunque, il modulo della forza di attrito statico massimo vale:

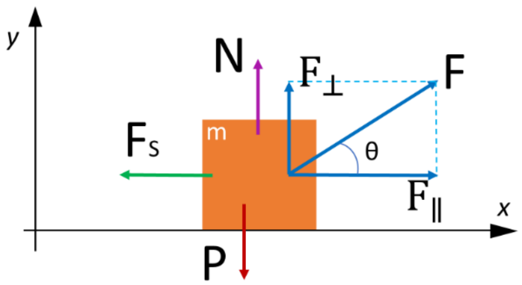
$$F_{S_m} = \mu_S N = 0.700 \cdot 84.5\ N = 59.1\ N$$

Notiamo che $F_{S_m} > F_\parallel$, dunque il blocco non si muove. Vale dunque la condizione

$$\sum F_x = 0$$
$$F_\parallel - F_s = 0$$
$$F_s = F_\parallel = 10.4\ N$$

Cioè la forza di attrito statico agente sul blocco è uguale e opposta a $F_\parallel$.

b) Rispetto al caso a, cambiano la direzione e il modulo della forza F. Se F = 70.0 N allora



$$F_\parallel = F\cos\theta = 70.0\ \cos 30° = 70.0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 60.6\ N$$

$$F_\perp = F\sin\theta = 70.0 \sin 30° = 70.0 \cdot \frac{1}{2} = 35.0\ N$$

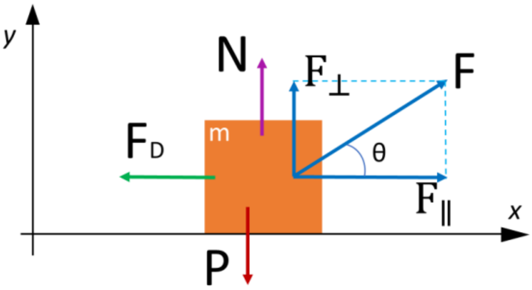
Inoltre, la forza di attrito sarà diversa, in quanto la componente $F_\perp$ in questo caso "alleggerisce" il peso che grava sul piano. Troviamo N sommando le forze agenti lungo y, nella cui direzione il corpo non si muove, in quanto $F_\perp < P$ (nel caso opposto il corpo verrebbe sollevato):

$$\sum F_y = 0$$
$$N - P + F_\perp = 0$$
$$N = P - F_\perp = 78.5 - 35.0\ N = \ 43.5\ N$$

Dunque, il modulo della forza di attrito statico massima vale:

$$F_{S_m} = \mu_S N = 0.700 \cdot 43.5\ N = 30.5\ N$$

In questo caso $F_{S_m} < F_\parallel$, dunque il blocco si muove. Durante il moto, agirà sul corpo una forza di attrito dinamico F_D:



che vale:

$$F_D = \mu_D N = 0.400 \cdot 43.5 = 17.4\ N$$

Troviamo l'accelerazione del corpo applicando il secondo principio della dinamica lungo x ($a_x = a$):

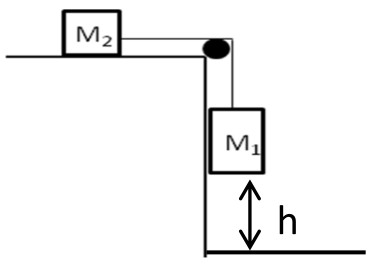
$$\sum F_x = ma$$

$$F_{\parallel} - F_D = ma$$

$$a = \frac{F_{\parallel} - F_D}{m} = \frac{60.6 - 17.4}{8.00}\frac{m}{s^2} = 5.40\ m/s^2$$

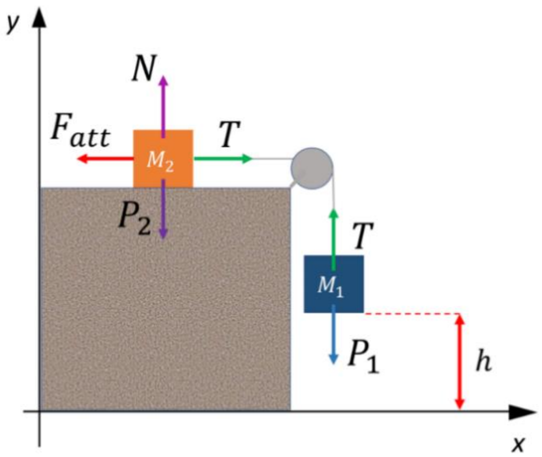
Esercizio 5 (risolvere usando le forze)

Siano M_1=7 kg e M_2=4 kg le masse di due corpi inizialmente in quiete ed uniti da una fune inestensibile di massa trascurabile come riportato in figura. Il piano orizzontale è scabro con coefficiente di attrito dinamico μ=0.3 e il sistema è lasciato libero di muoversi. Sapendo che il corpo M_1 si trova ad una altezza h=5 m dal suolo, calcolare la velocità con cui M_1 arriva al suolo.



SOLUZIONE

Disegniamo tutte le forze agenti sui due corpi e fissiamo un sistema di riferimento x-y:



$$M_1 = 7\ kg$$

$$M_2 = 4\ kg$$

$$\mu = 0.3$$

$$h = 5\ m$$

$$v_{1_f} = ?$$

Per il secondo principio della dinamica:

$$\begin{cases} \sum \overrightarrow{F_1} = M_1 \overrightarrow{a_1} \\ \sum \overrightarrow{F_2} = M_2 \overrightarrow{a_2} \end{cases}$$

dove F_1 e F_2 sono le forze agenti sui due corpi. Notiamo che, essendo i due corpi legati, la loro accelerazione sarà la stessa (in modulo), ma positiva nel caso di M_2, in quanto il corpo 2 si muove lungo il verso di x positivo, e negativa per M_1, in quanto il corpo 1 si muove lungo il verso negativo di y. Dunque, $a_2 = -a_1 > 0$

Scriviamo il sistema per esteso e sostituiamo a_2:

$$\begin{cases} T - P_1 = M_1 a_1 \\ T - F_{att} = M_2 a_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T - P_1 = M_1 a_1 \\ T - F_{att} = -M_2 a_1 \end{cases}$$

Dalla seconda equazione troviamo

$$T = F_{att} - M_2 a_1$$

E la sostituiamo nella prima equazione:

$$F_{att} - M_2 a_1 - P_1 = M_1 a_1$$

$$F_{att} - P_1 = (M_1 + M_2)\, a_1$$

Da cui

$$a_1 = \frac{F_{att} - P_1}{M_1 + M_2} = \frac{\mu M_2 g - M_1 g}{M_1 + M_2} = g\,\frac{\mu M_2 - M_1}{M_1 + M_2} = 9.81\,\frac{0.3 \cdot 4 - 7}{7 + 4}\frac{m}{s^2} = -5.2\ m/s^2$$

A questo punto, la caduta di M_1 è un problema di cinematica: moto uniformemente accelerato:

$$\begin{cases} y_f(t) = y_0 + v_{1_0} t + \frac{1}{2} a_1 t^2 \\ v_{1_f}(t) = v_{1_0} + a_1 t \end{cases}$$

Con $y_f = 0\,m$, $y_0 = h$, $v_{1_0} = 0\,m/s$ e $a_1 = -5.2\,m/s^2$. Dunque:

$$\begin{cases} 0 = h + \frac{1}{2} a_1 t^2 \\ v_{1_f} = 0 + a_1 t \end{cases}$$

Dalla prima equazione troviamo

$$t = \sqrt{\frac{-2h}{a_1}} = \sqrt{\frac{-2 \cdot 5}{-5.2}}\, s = 1.4\, s$$

E sostituendo nella seconda:

$$v_{1_f} = a_1 t = -5.2 \cdot 1.4\,\frac{m}{s} = -7.3\, m/s$$