Fisica per Farmacia A.A. 2018/2019

Responsabile del corso: Prof. Alessandro Lascialfari

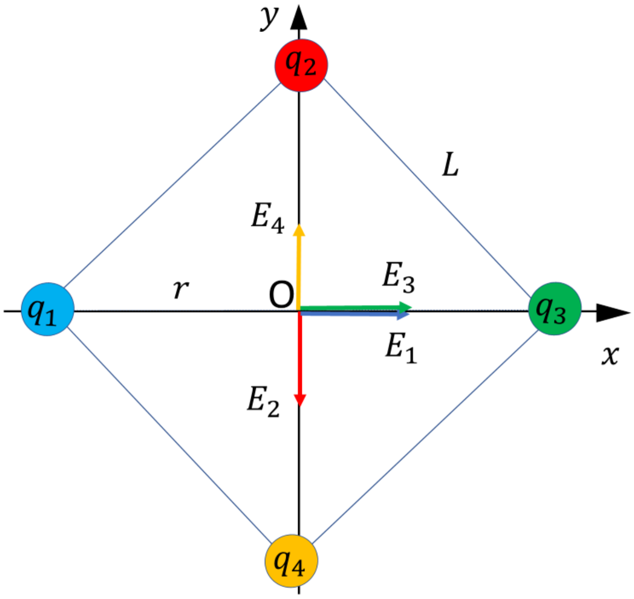
Tutor (16 ore): Matteo Avolio

Lezione del 23/05/2019 – 2 h (13:30-15:30, Aula G10, Golgi)

ESERCITAZIONI – ELETTRICITÀ

Esercizio 1
Quattro cariche puntiformi si trovano ai vertici di un quadrato, di lato 30 cm. Il loro valore è, in senso orario, rispettivamente di 2 nC, 6 nC, -2 nC, 6 nC. Determinare il valore del campo elettrico (modulo, direzione e verso) e del potenziale elettrico al centro del quadrato.

SOLUZIONE
Rappresentiamo la distribuzione di cariche e i campi elettrici prodotti dalle 3 cariche (uscenti per le cariche positive, entranti per le cariche negative):



$$L = 30\ cm = 0.30\ m$$
$$q_1 = 2\ nC$$
$$q_2 = 6\ nC$$
$$q_3 = -2\ nC$$
$$q_4 = 6\ nC$$
$$E_O = ?$$
$$V_O = ?$$

La distanza tra ogni carica e il centro del quadrato vale:

$$r = \frac{L/2}{\cos 45°} = \frac{L}{2}\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{L}{\sqrt{2}}$$

Calcoliamo i moduli dei campi elettrici prodotti in O dalle 4 cariche:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{r^2} = k_e\frac{q_1}{r^2} = k_e\frac{q_1}{\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2k_e\frac{q_1}{L^2} = 2\left(9\cdot 10^9\ \frac{N\ m^2}{C^2}\right)\frac{2\cdot 10^{-9}C}{(0.30\ m)^2} = 400\ N/C$$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r^2} = k_e \frac{q_2}{r^2} = k_e \frac{q_2}{\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2k_e \frac{q_2}{L^2} = 2\left(9 \cdot 10^9 \ \frac{N\,m^2}{C^2}\right) \frac{6 \cdot 10^{-9} C}{(0.30\ m)^2} = 1200\ N/C$$

$$E_3 = E_1 = 400\ N/C$$

$$E_4 = E_2 = 1200\ N/C$$

Quindi calcoliamo il campo elettrico totale sommando i campi lungo x e y:

$$E_{O_x} = E_1 + E_3 = 400 \frac{N}{C} + 400 \frac{N}{C} = 800\ N/C$$

$$E_{O_y} = -E_2 + E_4 = -1200 \frac{N}{C} + 1200 \frac{N}{C} = 0\ N/C$$

Quindi il campo elettrico totale vale:

$$E_O = E_{0_x} = 800\ N/C$$

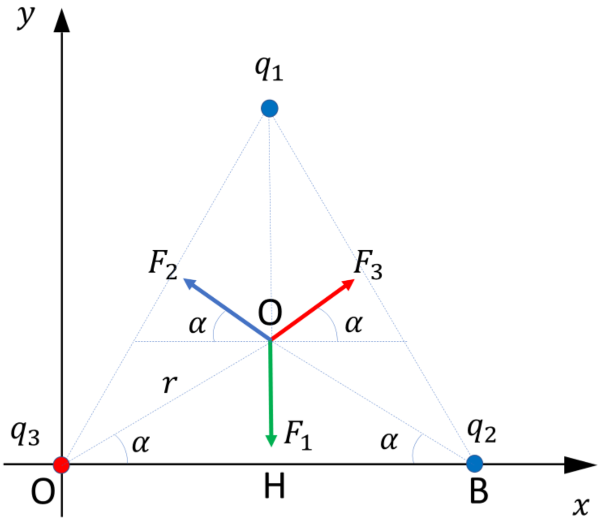
Diretto lungo la congiungente q_1-q_3.

Il potenziale elettrico in O, invece, considerando che $q_1 = -q_3$ e $q_2 = q_4$ vale:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = k_e \frac{q_1}{r} + k_e \frac{q_2}{r} + k_e \frac{q_3}{r} + k_e \frac{q_4}{r} = 2k_e \frac{q_2}{r} = 2\left(9 \cdot 10^9 \ \frac{N\,m^2}{C^2}\right) \frac{6 \cdot 10^{-9} C}{\left(\frac{0.30\ m}{\sqrt{2}}\right)}$$
$$= 509\ V$$

Esercizio 2
Tre cariche positive di 1 μC ciascuna sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato a=10 cm. (a) Si trovi l'energia elettrostatica di questo sistema di cariche, vale a dire il lavoro che è stato necessario per realizzare questa configurazione; (b) Se una carica positiva q_0 = 1 nC viene posta al centro del triangolo, si trovi la forza risultante che viene esercitata su questa carica dalle altre tre cariche positive.
[$k_e = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$]

SOLUZIONE
Rappresentiamo la configurazione di cariche e le 3 forze elettriche agenti sulla carica di prova al centro del triangolo:



$$q_1 = q_2 = q_3 = q = 1\ \mu C$$
$$L = 10\ cm = 0.10\ m$$

a) $U_{TOT} = ?$
b) Se $q_0 = 1\ nC$, $F_{TOT} = ?$

L'angolo $\alpha = 30°$ in quanto il centro di un triangolo equilatero è anche il punto di incontro delle 3 bisettrici.

a) L'energia elettrostatica vale

$$U_{TOT} = V_1 q_1 + V_2 q_2 + V_3 q_3$$

Dove

$$V_1 = V_2 = V_3 = V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{L} = k_e \frac{q}{L}$$

Dunque:

$$U_{TOT} = 3\,Vq = 3k_e \frac{q^2}{L} = 3\left(9 \cdot 10^9\ \frac{N\,m^2}{C^2}\right)\frac{(1 \cdot 10^{-6} C)^2}{(0.10\ m)} = 0.27\ J$$

b) Calcoliamo la distanza tra ciascuna e il centro del triangolo:

$$r = \frac{L/2}{\cos 30°} = \frac{L}{2}\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

Poiché le 3 cariche sono uguali e per questioni di geometria:

$$F_1 = F_2 = F_3 = F = k_e \frac{q q_0}{r^2} = 3k_e \frac{q q_0}{L^2} = 3\left(9 \cdot 10^9\ \frac{N\,m^2}{C^2}\right)\frac{(1 \cdot 10^{-6} C)(1 \cdot 10^{-9} C)}{(0.10\ m)^2} = 2.7\ \cdot 10^{-3}\ N$$

Calcoliamo le componenti x e y della forza totale:

$$F_{TOT_x} = -F_{2_x} + F_{3_x} = -F\cos 30° + F\cos 30° = 0\ N$$

$$F_{TOT_y} = -F_1 + F_{2_y} + F_{3_y} = -F + F\sin 30° + F\sin 30° = -F + \frac{F}{2} + \frac{F}{2} = 0\ N$$

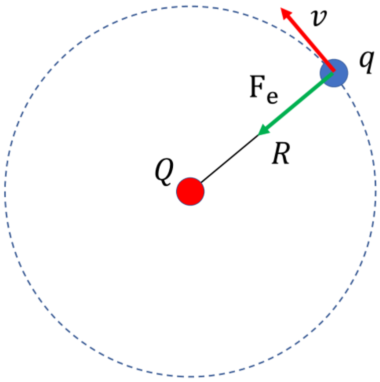
Quindi per ragioni di simmetria al centro del triangolo $F_{TOT} = 0\ N$ e ovviamente $E_{TOT} = 0\ N/C$.

Esercizio 3

Una carica positiva Q = 5·10^{-15} C si trova nel punto O. Una particella di massa m = 10^{-23} Kg e carica negativa q = -2.·10^{-17} C si muove di moto circolare uniforme su una circonferenza di centro O e raggio R = 10^{-6} m. Si determini: (a) il modulo della velocità della carica q; (b) l'energia totale della carica q (k ~ 9.10^{9} in unità S.I.).

SOLUZIONE

Rappresentiamo graficamente la situazione:



$$Q = 5 \cdot 10^{-15} C$$
$$q = -2 \cdot 10^{-17} C$$
$$m = 10^{-23}\, kg$$
$$R = 10^{-6}\, m$$

a) $v = ?$
b) $E_{TOT_q} = ?$

a) La forza elettrica attrattiva tra le due cariche fornisce la forza centripeta necessaria a compiere il moto circolare:

$$F_e = F_C$$

$$k_e \frac{|q|\,|Q|}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{k_e \frac{q\,Q}{m\,R}} = \sqrt{\left(9 \cdot 10^9\, \frac{N\,m^2}{C^2}\right)\frac{(2 \cdot 10^{-17} C)(5 \cdot 10^{-15} C)}{(10^{-23}\, kg)(10^{-6}\, m)}}\ m/s = 9500\, m/s$$

N.B.: stiamo considerando il modulo delle forze (non ci sono i simboli di vettore sopra F_e e F_C). Dunque sono positivi, e per questo stiamo considerando il valore assoluto delle cariche.

c) L'energia totale è la somma di quella cinetica e potenziale:

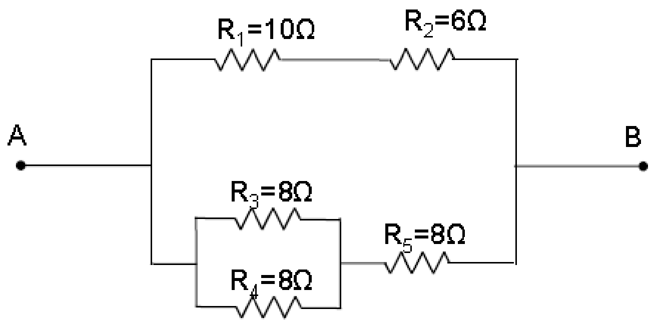
$$E_{TOT_q} = K_q + U_q = \frac{1}{2}mv^2 + Vq = \frac{1}{2}mv^2 + \ k_e\frac{q\,Q}{R}$$

$$E_{TOT_q} = \frac{1}{2}(10^{-23}\, kg)\left(9500\frac{m}{s}\right)^2 + \left(9 \cdot 10^9\, \frac{N\,m^2}{C^2}\right)\frac{(-2 \cdot 10^{-17} C)(5 \cdot 10^{-15} C)}{(10^{-6}\, m)}$$
$$= 4.5 \cdot 10^{-16} J - 9 \cdot 10^{-16} J = \ -4.5 \cdot 10^{-16} J$$

N.B.: Qui le cariche si portano dietro il loro segno! Se invece considerassimo anche qua il valore assoluto delle cariche, dovremmo esplicitare un segno meno nell'energia potenziale.

Esercizio 4

Dato il circuito in figura: (a) si trovi la resistenza equivalente tra i punti A e B; (b) se la caduta di potenziale tra A e B é di 12 V, si trovi la corrente in ciascun resistore.



SOLUZIONE

a) Per rispondere alla domanda a conviene calcolare la resistenza equivalente di singoli pezzi di circuito, procedendo per gradi, fino ad arrivare a quella totale.

Calcoliamo innanzitutto la resistenza equivalente di R_1 e R_2, che essendo disposte in serie vale:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 10\ \Omega + 6\Omega = 16\ \Omega$$

Ora risolviamo il parallelo delle due resistenze R_3 e R_4, che hanno resistenza equivalente data da:

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

Da cui

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{8\Omega \cdot 8\Omega}{8\Omega + 8\Omega} = \frac{64}{16}\ \Omega = 4\ \Omega$$

La resistenza equivalente R_{34} è ora in serie con la resistenza R_5, e insieme danno resistenza equivalente:

$$R_{345} = R_{34} + R_5 = 4\Omega + 8\Omega = 12\ \Omega$$

Infine, le resistenze equivalenti R_{12} e R_{345} si trovano in parallelo, quindi:

$$\frac{1}{R_{TOT}} = \frac{1}{R_{345}} + \frac{1}{R_{12}}$$

Da cui

$$R_{TOT} = \frac{R_{12} \cdot R_{345}}{R_{12} + R_{345}} = \frac{16\Omega \cdot 12\Omega}{16\Omega + 12\Omega} = 6.9\ \Omega$$

b) Sappiamo che $V_{AB} = 12\ V$; vogliamo sapere la corrente in ciascun resistore.

Conoscendo R_{TOT} possiamo innanzitutto calcolare la corrente totale che circola nel circuito applicando la legge di Ohm:

$$I = \frac{V_{AB}}{R_{TOT}} = \frac{12\ V}{6.9\ \Omega} = 1.75\ A$$

Per la legge di Kirchoff (dei nodi) la corrente I si divederà tra i due tratti di circuito di resistenza equivalente R_{12} e R_{345}:

$$I = I_{12} + I_{345}$$

Ai capi dei quali c'è sempre la stessa differenza di potenziale V_{AB}, quindi:

$$I_{12} = \frac{V_{AB}}{R_{12}} = \frac{12\ V}{16\ \Omega} = 0.75\ A$$

$$I_{345} = \frac{V_{AB}}{R_{345}} = \frac{12\ V}{12\ \Omega} = 1\ A$$

Poiché R_1 e R_2 sono in serie, la corrente che circola nei due resistori è la stessa:

$$I_1 = I_2 = I_{12} = 0.75\ A$$

Ma anche le resistenze R_{34} e R_5 sono in serie, quindi

$$I_5 = I_{34} = I_{345} = 1\ A$$

La caduta di potenziale ai capi di R_{34} è

$$V_{34} = R_{34} \cdot I_{34} = 4\Omega \cdot 1\text{A} = 4\ \text{V}$$

Applichiamo infine di nuovo la legge dei nodi al parallelo R_{34}:

$$I_3 = \frac{V_{34}}{R_3} = \frac{4\ V}{8\ \Omega} = 0.5\ A$$

$$I_4 = \frac{V_{34}}{R_4} = \frac{4\ V}{8\ \Omega} = 0.5\ A$$

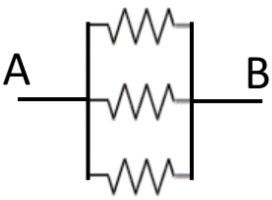
Esercizio 5 28 – 6/6/2018

Un elettricista inesperto connette in serie, anzichè in parallelo, le tre lampadine da 80 W di un lampadario che opera sulla rete a 220 V. Si calcoli : (a) la potenza totale del lampadario, quando la connessione è fatta in modo corretto; (b) se, nel caso in questione, le lampade sono più o meno luminose che nella situazione regolare; (c) la potenza totale dissipata nel caso in questione; (d) che succede se si svita una lampada?

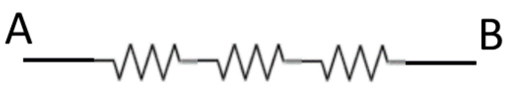
SOLUZIONE

Rappresentiamo graficamente il caso corretto (che indicheremo con una C) e il caso sbagliato (che indicheremo con una S):

C)



S)



$$V_{AB} = 220\ V$$

$P_C = 80\ W$ N.B.: è la potenza della lampadina se montata correttamente!

$$P_{TOT_C} = ?$$
$$P_{TOT_S} = ?$$

a) Nel caso corretto le 3 lampadine, che altro non sono che 3 resistenze identiche di valore R, sono disposte in parallelo. Dunque, ai capi di ciascuna lampadina è applicata la stessa differenza di potenziale V_{AB} e, per definizione:

$$P_C = \frac{V_{AB}^2}{R}$$

Dunque è possibile determinare R:

$$R = \frac{V_{AB}^2}{P_C} = \frac{(220\ V)^2}{80\ W} = 605\ \Omega$$

La resistenza equivalente del parallelo delle 3 lampadine vale:

$$\frac{1}{R_{TOT_C}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$$

Da cui

$$R_{TOT_C} = \frac{R}{3}$$

Quindi:

$$P_{TOT_C} = \frac{V_{AB}^2}{R_{TOT_C}} = \frac{V_{AB}^2}{\frac{R}{3}} = 3\frac{V_{AB}^2}{R} = 3\ P_C = 3 \cdot 80W = 240\ W$$

b) Se le 3 lampadine sono in serie

$$R_{TOT_S} = R + R + R = 3R = 3 \cdot 605\ \Omega = 1815\ \Omega$$

La corrente che circola nelle 3 lampadine in serie è la stessa:

$$I = \frac{V_{AB}}{R_{TOT_S}} = \frac{220\ V}{1815\ \Omega} = 0.12\ A$$

Mentre la d.d.p. ai capi di ciascuna lampadina vale:

$$V_i = R \cdot I = 605\ \Omega \cdot 0.12\ A = 73.3\ V$$

Ovviamente, allo stesso risultato si giunge immediatamente notando che la d.d.p è la stessa ai capi di ciascuna lampadina, cioè:

$$V_i = \frac{V_{AB}}{3} = \frac{220\ V}{3} = 73.3\ V$$

Nel caso sbagliato, la potenza dissipata da ciascuna lampadina vale:

$$P_S = \frac{V_i^2}{R} = \frac{(73.3\ V)^2}{605\ \Omega} = 8.9\ W$$

Essendo molto minore di 80 W, la lampadina è molto meno luminosa (si accende debolmente).

c) Nel caso sbagliato

$$P_{TOT_S} = \frac{V_{AB}^2}{R_{TOT_S}} = \frac{V_{AB}^2}{3R} = \frac{1}{3}\frac{V_{AB}^2}{R} = \frac{P_C}{3} = \frac{80\ W}{3} = 26.7\ W$$

O semplicemente:

$$P_{TOT_S} = 3 \cdot P_S = 3 \cdot 8.9\ W = 26.7\ W$$

d) Se si svita una lampadina (nel caso sbagliato, in serie) si interrompe il circuito e si spegneranno anche le altre 2 lampadine.

Esercizio 6 39 - 13/6/2016

Un fornello elettrico, connesso ad una differenza di potenziale continua di 110 V, riscalda 4 litri di acqua da 32°C a 75°C in quattro minuti, disperdendo in aria il 40% del calore prodotto. Calcolare : (a) la resistenza elettrica del fornello; (b) potenza media erogata dal fornello; (c) la potenza media assorbita dall'acqua. (nota : si puo' anche partire dalla risposta c, poi b, poi a)

SOLUZIONE

$$V = 110\,V$$

Un volume di 4 litri di acqua equivale a una massa di acqua pari a:

$$m_{H_2O} = 4\,kg$$

Conosciamo le temperature:

$$T_i = 32°C$$
$$T_f = 75°C$$

Dunque:

$$\Delta T = 43°C$$

In un tempo:

$$t = 4\,mins = 240\,s$$

Calcoliamo innanzitutto il calore necessario a causare l'aumento di temperatura dell'acqua:

$$Q = m\,c_{H_2O}\,\Delta T = 4\,kg \cdot 4186\,\frac{J}{kg\,°C} \cdot 43°C = \;7.2 \cdot 10^5\,J$$

Perciò la potenza media assorbita dall'acqua vale:

$$P_{H_2O} = \frac{Q}{t} = \frac{7.2 \cdot 10^5\,J}{240\,s} = 3000\,W$$

Poiché c'è un 40% di dissipazione, P_{H_2O} è soltanto il 60% della potenza erogata dal fornello, che vale:

$$P_F = \frac{P_{H_2O}}{0.6} = 5000\,W$$

A questo punto la resistenza elettrica del fornello si ottiene semplicemente invertendo la definizione di potenza elettrica:

$$P_F = \frac{V^2}{R_F}$$

$$R_F = \frac{V^2}{P_F} = \frac{(110\,V)^2}{5000\,W} = 2.42\,\Omega$$