Prova scritta di Fisica per CdL Farmacia – A. Lascialfari

26 Settembre 2019

Esercizio 1
Un pallone viene lanciato da terra con un angolo di 45° e ricade a terra ad una distanza di 35m dal punto in cui è stato lanciato.
(a) Quanto tempo impiega il pallone a tornare a terra?
(b) Quanto vale (in modulo) la velocità iniziale?

Esercizio 2
Una massa M = 100 g è collegata all'asse di un motore tramite un'asta rigida di lunghezza L = 60 cm e ruota su un piano verticale con velocità di 2 m/s.
(a) Quanto valgono il periodo del moto e l'accelerazione centripeta?
(b) Quanto vale la risultante delle forze lungo la traiettoria?
(c) Spiegare a quali forze (indicandone modulo direzione e verso) è soggetta la massa M durante la rotazione.

Esercizio 3
Quale volume V di elio è necessario per un pallone che deve sollevare un peso di 180 kg (incluso il peso del pallone vuoto)?
[densità dell'aria: 1,29 kg/m^3; densità dell'elio: 0,179 kg/m^3]

Esercizio 4
Due moli di gas perfetto monoatomico passano dallo stato iniziale A allo stato finale C attraverso una espansione isobara AB, seguita da una espansione adiabatica BC. La temperatura in A e C è la medesima e vale $T_A=T_C= 18^0C$; inoltre $p_A = 2\times10^5$ Pa e $V_B=2\ V_A$. Calcolare :
(a) Il valore assunto dalle variabili termodinamiche (p,V,T) nei tre punti e disegnare il grafico della trasformazione nel piano p-V;
(b) La quantità di calore scambiata nelle trasformazioni da A a C.
[R = 8.31 J/(mol*K)]

Esercizio 5
Per spostare $3.1\cdot10^{15}$ elettroni ($q_e = -1.6\cdot10^{-19}$C) da un punto A ad un punto B è necessario compiere un lavoro (positivo) di 200 J.
(a) Quanto vale la carica totale degli elettroni?
(b) Quanto vale la differenza di energia potenziale elettrostatica delle cariche fra A e B?
(c) Quanto vale la differenza di potenziale elettrico fra A e B?

SOLUZIONI 26/09/19

Esercizio 1

Soluzione:

a) **Quanto tempo impiega il pallone a ricadere?**

Il tempo impiegato dal pallone a ricadere al suolo è l'intervallo di tempo fra l'istante in cui si trova nella posizione ($x = x_o, z = z_o$) e quello in cui si trova nella posizione ($x = x_o + 35\,m, z = z_o$), ossia so che

$$\begin{aligned} x(t = t_{cad}) &= x_o + 35\,m \\ z(t = t_{cad}) &= z_o \end{aligned}$$

Le equazioni che danno $x(t)$ e $z(t)$ sono dette equazioni del moto.

- **Quali sono le equazioni del moto per il pallone?**

  In questo caso si tratta del moto di caduta di un grave, ossia di un moto uniformemente accelerato in cui l'accelerazione è quella di gravità.
  In generale le equazioni di un moto uniformrmente accelerato sono:

  $$\vec{x}(t) = \vec{x}_o + \vec{v}_o(t - t_o) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_o)^2$$

  equivalenti a

  $$\begin{aligned} x(t) &= x_o + v_{xo}(t - t_o) + \frac{1}{2}a_x(t - t_o)^2 \\ y(t) &= y_o + v_{yo}(t - t_o) + \frac{1}{2}a_y(t - t_o)^2 \\ z(t) &= z_o + v_{zo}(t - t_o) + \frac{1}{2}a_z(t - t_o)^2 \end{aligned}$$

  nel caso della caduta dei gravi, l'accelerazione ha componenti $\vec{a} = (0, 0, -g)$ quindi le equazioni del moto sono date da

  $$\begin{aligned} x(t) &= x_o + v_{xo}(t - t_o) \\ y(t) &= y_o + v_{yo}(t - t_o) \\ z(t) &= z_o + v_{zo}(t - t_o) \quad -\frac{1}{2}g(t - t_o)^2 \end{aligned}$$

  Per utilizzare le equazioni del moto bisogna conoscere la velocità iniziale.

  - **Quanto vale la velocità iniziale?** La direzione iniziale del moto indica la direzione della velocitá iniziale.
    Se la direzione della velocità forma un angolo θ nel piano $x - z$, questo vuol dire che le componenti della velocità sono

    $$\vec{v} = (|v| \cos\theta, 0, |v| \sin\theta)$$

    visto che la velocità iniziale ha un angolo $\theta = 45^0$, $\cos 45^0 = \sin 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ se ne ricava che

    $$\vec{v}_o = (\frac{V}{\sqrt{2}}, 0, \frac{V}{\sqrt{2}})$$

Le equazioni del moto diventano quindi

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}Vt$$
$$z(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}Vt \quad -\frac{1}{2}gt^2$$

Imponendo che per $t = t_{cad}$

$$x(t = t_{cad}) = x_o \quad +35\,m$$
$$z(t = t_{cad}) = z_o$$

si ottiene un sistema di due equazioni in due incognite (V e t_{cad})

$$x_{cad} = \frac{1}{\sqrt{2}}V t_{cad}$$
$$0 = \frac{1}{\sqrt{2}}V t_{cad} \quad -\frac{1}{2}g t_{cad}^2$$

Risolvendo (ad esempio per sostituzione) ottengo:

$$t_{cad} = \sqrt{\frac{2x_{cad}}{g}}$$

$$V = \sqrt{x_{cad}g}$$

Numericamente (dalla prima equazione):

$$t_{cad} = \sqrt{\frac{2x_{cad}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 35\,m}{9.8\,m/s^2}} = 2.67\,s$$

b) **Quanto vale (in modulo) la velocità iniziale?**
Sostituendo nella seconda delle equazioni precedenti:

$$V = \sqrt{x_{cad}g} = \sqrt{35\,m * 9.8\,m/s^2} = 18.5\,m/s$$

Esercizio 2

Soluzione:

a) **Quanto valgono il periodo del moto e l'accelerazione centripeta?**

- **Quanto vale il periodo del moto?**
  Il periodo del moto (si tratta di un moto circolare uniforme) è definito come il tempo impiegato per compiere un giro. Dato che il modulo della velocità in un moto circolare uniforme è costante, questo significa che

$$vT = 2\pi r$$

  quindi

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

  Numericamente:

$$T = \frac{2\pi 60\,cm}{2\,m/s} = \frac{2\pi 60(0.01\,m)}{2\,m/s} = 1.88\,s$$

- **Quanto vale l'accelerazione centripeta?**
  - L'accelerazione è definita come

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

– L'accelerazione centripeta in un moto circolare uniforme è data da

$$\vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r}$$

ed è sempre parallela al raggio, diretta verso il centro. Per calcolarla devo conoscere ω.

∗ La velocità angolare è definita come

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

. In un moto circolare uniforme la velocità angolare è costante. In un periodo Δ $theta = 2\pi$ e $\Delta t = T$, quindi ricavo subito

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{r}$$

Quindi

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Numericamente:

$$a_c = \frac{(2\,m/s)^2}{60\,cm} = \frac{(2\,m/s)^2}{60(0.01\,m)} = 6.67\,m/s^2$$

b) **Quanto vale la risultante delle forze?**

- La risultatnte delle forze è definita come la somma vettoriale di tutte le forze agenti sul corpo

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F}_i$$

- La risultante delle forze in un moto qualsiasi è legata all'accelerazione dalla legge di Newton, che è

$$\vec{F}_R = m\vec{a}$$

quindi nel caso specifico del moto circolare uniforme:

$$\vec{F}_R = m\vec{a}_c = -m\omega^2\vec{r}$$

la risultante delle forze ha modulo costante pari a $m\omega^2 r$, mentre la sua direzione è parallela al raggio della circonferenza e diretta verso il centro.
Numericamente

$$|F_R| = ma_c = 100\,g \cdot 6.67\,m/s^2 = 0.1\,kg \cdot 6.67\,m/s^2 = 0.67\,N$$

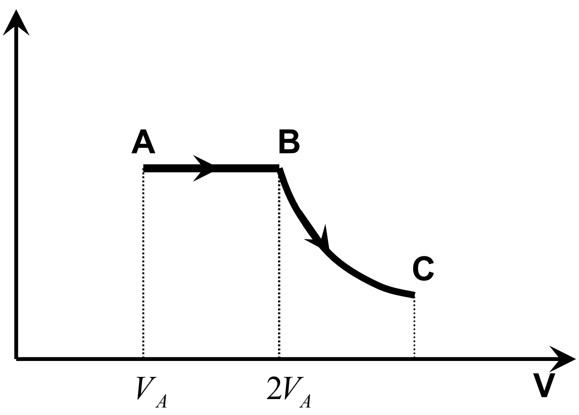
c) **A quali forze è soggetta la massa M durante la rotazione ?** Le forze che agiscono sono la forza peso ($\vec{F}_P$) e la reazione vincolare dell'asta ($\vec{F}_V$)

Esercizio 3

a) Calcolo delle variabili termodinamiche:

<u>Punto A</u>:
$T_A = 18^0C = (18+273)\ K = 291\ K$
$p_A = 2\ 10^5\ Pa$
$V_A = nRT_A/p_A = 0.024\ m^3$

<u>Punto B</u>:
$p_B = p_A = 2\ 10^5\ Pa$
$V_B = 2\ V_A = 0.048\ m^3$
$T_B = p_BV_B/nR = 2T_A = 582\ K$



Punto C:
$T_C = T_A = 291$ K

$$p_B V_B^{\gamma} = p_C V_C^{\gamma}$$
$$\frac{nRT_B}{V_B} V_B^{\gamma} = \frac{nRT_C}{V_C} V_C^{\gamma}$$
$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$$

$$V_C^{\gamma-1} = \frac{T_B}{T_C} V_B^{\gamma-1} = \frac{T_B}{T_A} V_B^{\gamma-1} = \frac{p_B V_B}{nR} \frac{nR}{p_A V_A} V_B^{\gamma-1} = 2V_B^{\gamma-1}$$

Dato che $\gamma = c_P/c_V = 5/3$, si ottiene $\gamma - 1 = 2/3$ da cui segue:

$$V_C^{2/3} = 2V_B^{2/3}$$
$$V_C = 2^{3/2} V_B = 0.14\, m^3$$
$$p_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 0.35\, Pa$$

b) Essendo la trasformazione BC adiabatica (Q=0), il calore scambiato lungo la trasformazione AC è pari al calore scambiato lungo la trasformazione AB, ossia:

$$Q = nc_P (T_B - T_A) = 2\frac{5}{2} R (T_B - T_A) = 12091\, J$$

Esercizio 4

$\rho_0 = 1{,}29\ \frac{kg}{m^3}$

$\rho_{He} = 0{,}179\ \frac{kg}{m^3}$

$P = 180$ kg

PERCHÈ IL PALLONE SI SOLLEVI LA SPINTA DI ARCHIMEDE DEVE ESSERE MAGGIORE DELLA FORZA PESO.
CONSIDERIAMO IL VOLUME DEL PALLONE UGUALE AL VOLUME DELL'ELIO:

$$S_A > P + P_{He}$$
$$\rho_0 V g > P + \rho_{He} V g \qquad (\rho_0 - \rho_{He}) g V > P$$

$$V > \frac{P}{(\rho_0 - \rho_{He}) g} = \frac{180}{(1{,}29 - 0{,}179) \times 9{,}81} = 16{,}5\ m^3$$

Esercizio 5

Soluzione:

a) **Quanto vale la carica totale degli elettroni?**
La carica totale è definita come la somma delle singole cariche (in questo caso elettroni) quindi

$$Q_{tot} = N_{elettroni} q_e$$

Numericamente:

$$Q_{tot} = N_{elettroni} q_e = 3.1 \cdot 10^{15} \cdot (-1.6 \cdot 10^{-19} C) = -5 \cdot 10^{-3} C$$

b) **Quanto vale la differenza di energia potenziale elettrostatica delle cariche fra A e B?**
La differenza di energia potenziale elettrostatica è definita come

$$\Delta E^{el}_{pot} = E^{el}_{pot}(B) - E^{el}_{pot}(A) = -L_{A\to B}$$

quindi

$$\Delta E^{el}_{pot} = -L_{A\to B}$$

dove $L_{A\to B}$ è il lavoro *che compiono le forze del campo*. Il lavoro compiuto dalle forze del campo è l'opposto di quello che si compie (dall'esterno) contro di esse:

$$L_{A\to B} = -\mathcal{L}^{est}_{A\to B}$$

Numericamente quindi

$$\Delta E^{el}_{pot} = -L_{A\to B} = \mathcal{L}^{est}_{A\to B} = 200\, J$$

c) **Quanto vale la differenza di potenziale elettrico fra A e B?**
La differenza di potenziale elettrico è definita come la differenza di energia potenziale elettrostatica per unità di carica:

$$\Delta V = \frac{\Delta E^{el}_{pot}}{Q}$$

Numericamente:

$$\Delta V = \frac{\Delta E^{el}_{pot}}{Q} = \frac{200\, J}{-5\cdot 10^{-3}\, C} = -40\, kV$$