PROVA DI ESAME SCRITTO DI TERMODINAMICA per l'ammissione alla prova orale

a.a. 2015-2016 Prof. Alessandro Lascialfari e Giorgio Rossi - 14 Settembre 2016

Scegliere e svolgere 3 esercizi sui 4 proposti

Esercizio 1

Il libero cammino medio λ delle molecole di un gas può essere determinato per esempio, dalla misura della viscosità del gas. A 20 °C e 75cmHg di pressione tali misure danno, per Argon (atomico) e Azoto (molecolare N_2) i seguenti valori:
λ_{Ar} = 9,9 x10^{-6} cm e λ_{N2} = 27,5 x10^{-6} cm.
Trovare il rapporto tra il diametro effettivo dell'argon e quello dell'azoto;
Calcolare il valore del libero cammino medio dell'argon a 20 °C e 15cmHg.

Esercizio 2

Calcolare la variazione di entalpia di 1 mol di vapor d'acqua (da trattare come gas reale descritto dalle costanti a=5,8 l^2atm /mol^2 e b = 31,9ml/mol) sottoposta a un'espansione isotermica a T = 400 K da V_i = 5 litri a V_f = 10 litri.

Esercizio 3

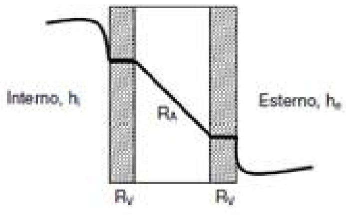
Una mole di gas ideale monoatomico compie un ciclo ABC, in cui AB è un'espansione adiabatica irreversibile, BC un'isobara reversibile che riporta il gas al volume iniziale, CA una isocora reversibile che chiude il ciclo.

Calcolarne il rendimento sapendo che $T_A = 2T_B$ e $\Delta S_{BC}+\Delta S_{CA}$ = -6 J/K,.

Esercizio 4

Calcolare il flusso di calore disperso attraverso una finestra nei seguenti tre casi:
1) doppio vetro con spessore dell'intercapedine d'aria inferiore o uguale a 2 cm. In questo caso si può ritenere l'aria ferma all'interno dell'intercapedine.
2) doppio vetro con spessore dell'intercapedine maggiore di 2 cm. All'interno si instaurano moti convettivi
3) vetro singolo

Lo spessore dei vetri è 5 mm, con conduttività k_V = 1.4 W/m °C. La temperatura esterna è di -5°C e la temperatura interna del locale è di 20 °C. La conduttanza convettiva all'interno del locale h_i = 8.14 W/m^2 °C, all'esterno h_e = 23.26 W/m^2 °C; quella all'interno dell'intercapedine (caso 2) è h = 6.98 W/m^2 °C e, infine, la conduttività dell'aria è k_a =0.023 W/m °C. Si supponga un'area di 1 m^2.



SOLUZIONI 14/09/2016

ES. 1

Soluzione: La relazione che lega il diametro effettivo al libero cammino medio è

$$\lambda = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n}$$

da cui

$$r = \lambda = \sqrt{\frac{1}{4\sqrt{2}\pi \lambda n}}$$

Il rapporto sarà quindi, a parità di temperatura e pressione, espresso da

$$\frac{r_{Ar}}{r_{N_2}} = \sqrt{\frac{\lambda_{N_2}}{\lambda_{Ar}}} = 1.7$$

Utilizzando la legge dei gas perfetti, $pV = nRT$, si ha $\frac{n}{V} = \frac{p}{RT}$, da cui

$$\frac{N}{V} = \frac{N_A n}{V} = \frac{N_A p}{RT}$$

e confrontando per i due diversi valori di pressione e temperatura, si ha

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{9.9 \cdot 10^{-6}\, cm} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{75 \times 293}{15 \times 293} = 5.0 \cdot 10^{-5}\, cm$$

ES. 2

Dalla definizione di entalpia, abbiamo

$$\Delta H = \Delta U + p_2 V_2 - p_1 V_1,$$

e quindi

$$\Delta H = n\, c_V (T_2 - T_1) + a\, n^2 \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) + p_2 V_2 - p_1 V_1 =$$

$$= a\, n^2 \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) + p_2 V_2 - p_1 V_1 =$$

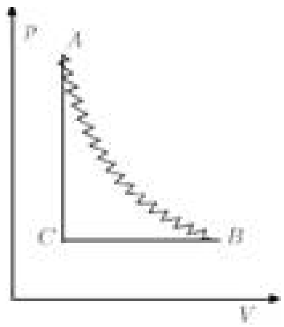
$$= a\, n^2 \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) + V_2 \left(\frac{R\,T}{V_2 - n\,b} - \frac{a\,n^2}{V_2^2} \right) - V_1 \left(\frac{R\,T}{V_1 - n\,b} - \frac{a\,n^2}{V_1^2} \right) =$$

$$= 2\,a\,n^2 \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) + R\,T \left(\frac{V_2}{V_2 - n\,b} - \frac{V_1}{V_1 - n\,b} \right) =$$

$$= 2 \cdot 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}01 \cdot 10^5 \left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} \right) +$$

$$+ 8{,}31 \cdot 400 \cdot \left(\frac{10}{10 - 0{,}032} - \frac{5}{5 - 0{,}032} \right) = 106{,}5 \text{ J}.$$

ES. 3



$$\eta = 1 - \frac{Q_{BC}}{Q_{CA}} = 1 - \frac{C_p(T_B - T_C)}{C_V(T_A - T_C)} = 1 - \gamma \frac{T_B/T_C - 1}{T_A/T_C - 1}. \qquad (1)$$

Dall'equazione di stato si ha:

$$\frac{T_B}{T_C} = \frac{V_B}{V_C} = \frac{V_B}{V_A}, \quad \Rightarrow \quad T_C = T_B \frac{V_A}{V_B}.$$

La (1) diventa,

$$\eta = 1 - \gamma \frac{V_B/V_A - 1}{T_A V_B / T_B V_A - 1} = 1 - \gamma \frac{V_B/V_A - 1}{2V_B/V_A - 1}. \qquad (2)$$

Per ricavare il rapporto V_B/V_A, si osservi che la variazione di entropia del ciclo è nulla

$$\Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA} = 0, \quad \Rightarrow \quad \Delta S_{AB} - 6 = 0. \qquad (3)$$

Poiché

$$\Delta S_{AB} = C_V \ln \frac{T_B}{T_A} + R \ln \frac{V_B}{V_A}, \qquad T_A = 2T_B,$$

sostituendo nella (3) si ha

$$C_V \ln \frac{1}{2} + R \ln \frac{V_B}{V_A} = 6.$$

Quindi, dividendo per C_V,

$$\ln \frac{1}{2} + \frac{R}{C_V} \ln \frac{V_B}{V_A} = \frac{6}{C_V}.$$

Essendo

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \gamma - 1,$$

si ottiene

$$\ln\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \frac{6}{C_V}.$$

ovvero,

$$\ln\frac{1}{2}\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \frac{6}{C_V}.$$

Si ottiene:

$$\frac{V_B}{V_A} = 2^{1/\gamma-1}e^{6/[C_V(\gamma-1)]} = 2^{3/2}e^{6/R} = 5,8.$$

Sostituendo nella (2) si ottiene:

$$\eta = 0,248.$$

Si rammenti che per il gas ideale monoatomico $\gamma = 1,66$.

ES. 4

1. la quantità di calore prodotta in questo primo caso vale

   $Q = \Delta T/ R_{TOT}$ dove la resistenza totale è la somma delle diverse resistenze convettive e conduttive.

$R_{TOT} = 1/ h_i A_V$ (convezione sulla superficie interna) + $2\, \Delta x_V / k_V A_V$ (conduzione vetri)+ $\Delta x_A / k_A A_A$ (conduzione aria intercapedine) + $1/ h_e A_V$ (convezione sulla superficie esterna) =

= 1/8.14 °C/W + 2 0.005/1.4 °C/W + 0.02/0.023 °C/W + 1/23.26 °C/W =
= 0.122 °C/W + 0.007 °C/W + 0.87 °C/W + 0.043 °C/W =
= 1.042 °C/W

$Q = \Delta T / R_{TOT}$ = 25 °C / 1.042 °C/W = 24 W.

Il flusso sarà dunque uguale a $\dot{q}$ = 24 W/m^2

2. In questo caso si creano dei moti convettivi su entrambe le superfici di vetro all'inetrno dell'intercapedine. La quantità di calore prodotta in questo caso vale

   $Q = \Delta T / R_{TOT}$

   dove

   R_{TOT} = $1/\ h_i\ A_V$ (convezione sulla superficie interna) + $2\ \Delta x_V\ /\ k_V\ A_V$ (conduzione vetri) + $2\ 1/\ h_A\ A_A$ (convezione dell'aria intercapedine) + $1/\ h_e\ A_V$ (convezione sulla superficie esterna) =

   $= 1/8.14°C/W + 2\ 0.005/1.4\ °C/W + 2\ 1/6.98\ °C/W + 1/23.26\ °C/W =$
   $= 0.122°C/W + 0.007°C/W + 0.286°C/W + 0.043\ °C/W =$
   $= 0.458°C/W$

   Quindi:

   $Q = \Delta T\ /\ R_{TOT} = 25\ W\ /\ 0.458°C/W = 54.6\ W.$

   Il flusso sarà dunque uguale a $\dot{q} = 54.6\ W/m^2$

3. La quantità di calore prodotta in questo caso vale

   $Q = \Delta T / R_{TOT}$

   dove R_{TOT} = $1/\ h_i\ A_V$ (convezione superficie interna)+ $\Delta x_V\ /\ k_V\ A_V$ (conduzione vetro) + $1/\ h_e\ A_V$ (convezione superficie esterna) =

   $= 1/8.14\ °C/W + 0.005/1.4\ °C/W + 1/23.26\ °C/W =$
   $= 0.122\ °C/W + 0.0035\ °C/W + 0.043\ °C/W =$
   $= 0.168\ °C/W$

   $Q = \Delta T\ /\ R_{TOT} = 25\ W/\ 0.168\ °C/W = 148.8\ W.$

   Il flusso sarà dunque uguale a $\dot{q} = 148.8$ W/m^2

Si nota che i doppi vetri permettono di disperdere meno calore all'esterno. Se, però, sono troppo lontani, si instaurano dei moti convettivi che facilitano il trasporto del calore e rendono meno conveniente il fatto di avere i doppi vetri.