Soluzioni Compito di Fisica per CdL Farmacia e CdL CTF
17 luglio 2008 – A. Lascialfari

Esercizio 1

Il fucile a molla

In un fucile a molla che lancia freccette (Fig. 6.29a), la molla con $k = 400.0$ N/m viene compressa di 8.0 cm quando viene inserita la freccetta (di massa $m = 20.0$ g). Qual è la velocità di uscita della freccetta quando la molla viene lasciata libera (Fig. 6.29b) ? Si trascurino le forze d'attrito.

Impostazione L'energia potenziale elastica inizialmente immagazzinata nella molla viene convertita in energia cinetica della freccetta quando la molla durante la compressione, viene lasciata libera. Si noti che non c'è variazione di energia potenziale gravitazionale, dato che il movimento della freccetta è orizzontale; inoltre, la forza normale, verticale, non fa lavoro dato che è perpendicolare allo spostamento della freccia. Un'altra cosa da osservare è che la molla spinge la freccetta verso destra fino a quando non raggiunge la sua lunghezza a riposo. A questo punto, la freccia perde il contatto con la molla. Quindi, $x_f = 0$. Considerando l'asse x indicato in Figura 6.29, $x_i = -8.0$ cm. La freccia parte da fermo, quindi $v_i = 0$. Si deve trovare v_f.

Soluzione Dato che non c'è lavoro fatto da forze non-conservative, l'energia meccanica si conserva:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

Possiamo ignorare l'energia potenziale gravitazionale, poiché il movimento della freccetta è orizzontale. Utilizzando l'Eq. (6-24) per l'energia potenziale della molla:

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + \tfrac{1}{2}kx_i^2 = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + \tfrac{1}{2}kx_f^2$$

Dopo aver posto $x_f = 0$ e $v_i = 0$,

$$0 + \tfrac{1}{2}kx_i^2 = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + 0$$

Risolvendo per v_f,

$$v_f = \sqrt{\frac{k}{m}}\,x_i = \sqrt{\frac{400.0\ \text{N/m}}{0.0200\ \text{kg}}} \times 0.080\ \text{m} = 11\ \text{m/s}$$

Discussione Possiamo verificare le unità di misura:

$$\sqrt{\frac{\text{N/m}}{\text{kg}}} \times \text{m} = \sqrt{\frac{(\cancel{\text{kg}}\cdot\cancel{\text{m}}/\text{s}^2)/\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{kg}}}} \times \text{m} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Si noti che la velocità di uscita della freccetta è proporzionale all'accorciamento iniziale della molla. Se la molla venisse compressa della metà, immagazzinerebbe solo un quarto dell'energia elastica potenziale immagazzinata nelle condizioni precedenti. Di conseguenza, la freccetta acquisirebbe solo un quarto dell'energia cinetica rispetto a quella conseguita nel caso precedente, e quindi la sua velocità sarebbe la metà di quella ora determinata. Una freccetta più pesante lanciata con lo stesso fucile avrebbe invece una velocità di uscita minore, anche se la sua energia cinetica sarebbe la stessa.

Problema di verifica 6.11 Un colpo difettoso

Il fucile a molla descritto nell'Esempio precedente è caricato comprimendo la sua molla sempre di 8.0 cm. Questa volta, però, quando la molla viene lasciata libera, la molla resta bloccata all'interno del fucile, rimanendo ancora compressa di 4.0 cm. La freccia parte lo stesso: qual è adesso la sua velocità di uscita? [*Aiuto*: quanto vale x_f adesso?]

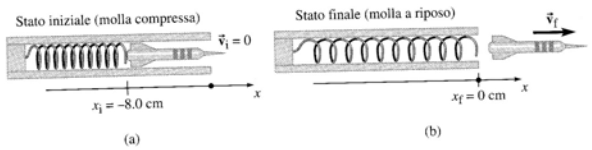

Figura 6.29 Un fucile a molla lancia-freccette, (a) prima e (b) dopo che la molla è stata lasciata libera. La molla era stata compressa di 8 cm.

Esercizio 2

Una macchina di Carnot usa 0.020 mol di un gas ideale che lavora tra due sorgenti a 1000.0 K e 300.0 K. A ogni ciclo, la macchina assorbe 25 J di calore dalla sorgente calda. Calcolare il lavoro compiuto dalla macchina durante le due trasformazioni isoterme del ciclo.

Impostazione Durante le trasformazioni isoterme, l'energia interna del gas ideale rimane costante, così

$$\Delta U = Q - W = 0 \Rightarrow |W| = |Q|$$

Soluzione 1→2: Durante l'espansione isoterma il lavoro compiuto dal gas è uguale al calore assorbito – altrimenti la temperatura del gas varierebbe.

$$W_{1\to 2} = +\,25\ \text{J (per ciclo)}$$

3→4: Durante la compressione isoterma il gas fa lavoro negativo, perché viene compresso.

$$W_{3\to 4} = -Q_C$$

Si noti che il segno meno è legato al fatto che Q_C rappresenta il modulo del calore ceduto. Il rapporto tra i calori è direttamente proporzionale a quello delle temperature:

$$\frac{Q_C}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H}$$

Perciò,

$$W_{3\to 4} = -Q_C = -\frac{T_C}{T_H}Q_H = -\frac{300.0\ \text{K}}{1000.0\ \text{K}} \times 25\ \text{J} = -7.5\ \text{J (per ciclo)}$$

Discussione Non lo dimostreremo in questo esempio, ma il lavoro totale compiuto durante le due trasformazioni adiabatiche è nullo. Segue che il lavoro netto compiuto dalla macchina termica a ogni ciclo vale

$$25\ \text{J} + (-7.5\ \text{J}) = 17.5\ \text{J}$$

Il rendimento vale quindi

$$e = \frac{17.5\ \text{J}}{25\ \text{J}} = 0.70$$

Il rendimento di una macchina reversibile tra le due stesse temperatura vale

$$e_r = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300.0\ \text{K}}{1000.0\ \text{K}} = 0.7000 = 70.00\%$$

Problema di verifica 14.9 Trasformazione adiabatica nel ciclo di Carnot

Poiché non c'è scambio di calore durante le trasformazioni adiabatiche e il lavoro totale compiuto nelle due trasformazioni è nullo, perché abbiamo bisogno delle trasformazioni adiabatiche nel ciclo di Carnot? Perché non eliminarle?

Esercizio 3

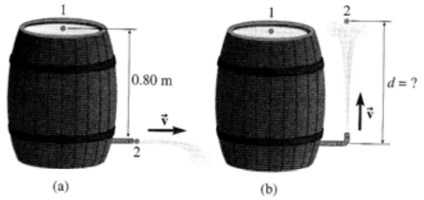

Figura 9.23
Una botte piena di acqua piovana con un rubinetto aperto orientato orizzontalmente (a) e verso l'alto (b).

ne di Bernoulli a due punti: al punto 1 sulla superficie libera dell'acqua e al punto 2 nel getto di acqua in uscita.

Soluzione (a) Dal momento che $P_1 = P_2$ l'equazione di Bernoulli diventa

$$\rho g y_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = \rho g y_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Il punto 1 si trova 0.80 m al di sopra del punto 2 e quindi

$$y_1 - y_2 = 0.80 \text{ m}$$

La velocità dell'acqua in uscita è v_2. Qual è v_1, la velocità dell'acqua in superficie? L'acqua in superficie si muove lentamente, perché la botte sta sgocciolando. L'equazione di continuità impone che

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

Poiché la sezione A_2 del rubinetto è molto più piccola della sezione A_1 del barile, la velocità v_1 dell'acqua in superficie è trascurabile rispetto a v_2. Ponendo $v_1 = 0$, l'equazione di Bernoulli si riduce a

$$\rho g y_1 = \rho g y_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Ricaviamo v_2 dopo avere diviso per ρ:

$$g(y_1 - y_2) = \tfrac{1}{2} v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2g(y_1 - y_2)} = 4.0 \text{ m/s}$$

(b) Consideriamo adesso come punto 2 quello in cima allo zampillo. Si ha allora $v_2 = 0$ e l'equazione di Bernoulli si riduce a

$$\rho g y_1 = \rho g y_2$$

Lo "zampillo" ritorna esattamente fino al livello dell'acqua nella botte!

Discussione Il risultato ottenuto nella parte (b) è conosciuto come teorema di Torricelli. In realtà, lo zampillo non raggiunge la stessa altezza del livello iniziale dell'acqua; parte della energia viene dissipata a causa della viscosità e della resistenza dell'aria.

Problema di verifica 9.10 **Fluido in caduta libera**

Verificare che la velocità trovata nella parte (a) è la stessa di quella che avrebbe l'acqua se cadesse direttamente da 0.80 m verticalmente. Questo risultato non dovrebbe sorprendere troppo, poiché l'equazione di Bernoulli è una conseguenza della conservazione della energia.

Esercizio 4

Un neurone può essere rappresentato come un condensatore piano, dove la membrana ha la funzione di dielettrico e gli ioni di carica opposta sono le cariche sulle "armature" (Fig. 16.25). Trovare la capacità di un neurone e il numero di ioni (nell'ipotesi che abbiano una singola carica) necessario per stabilire una differenza di potenziale di 85 mV. Assumere per la membrana una costante dielettrica $\kappa = 3.0$, uno spessore di 10.0 nm, e un'area di 1.0×10^{-10} m^2.

Impostazione Poiché conosciamo κ, A e d, possiamo trovare la capacità. Quindi, dalla differenza di potenziale e dalla capacità, possiamo ricavare il modulo della carica Q su ciascun lato della membrana. Uno ione con una singola carica ha una carica di modulo e, quindi il numero di ioni su ciascun lato è Q/e.

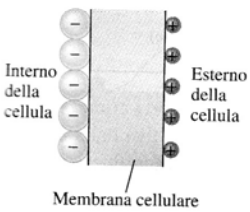

Figura 16.25
La membrana cellulare funge da dielettrico.

Soluzione Dall'Eq. (16-16),

$$C = \kappa \frac{A}{4\pi k d}$$

Sostituendo i valori numerici,

$$C = 3.0 \times \frac{1.0 \times 10^{-10}\ \text{m}^2}{4\pi \times 8.99 \times 10^9\ \text{N·m}^2/\text{C}^2 \times 10.0 \times 10^{-9}\ \text{m}}$$

$$= 2.66 \times 10^{-13}\ \text{F} = 0.27\ \text{pF}$$

Dalla definizione di capacità,

$$Q = C\Delta V = 2.66 \times 10^{-13}\ \text{F} \times 0.085\ \text{V}$$

$$= 2.26 \times 10^{-14}\ \text{C} = 0.023\ \text{pC}$$

Ogni ione ha una carica di modulo $e = +1.602 \times 10^{-19}$ C. Il numero di ioni su ciascun lato è quindi,

$$\text{numero di ioni} = \frac{2.26 \times 10^{-14}\ \text{C}}{1.602 \times 10^{-19}\ \text{C/ione}} = 1.4 \times 10^5\ \text{ioni}$$

Esercizio 5

Soluzione (a) La Figura 3.28 mostra le forze agenti sulla valigia ($\vec{F}$ è la forza esercitata da Beatrice attraverso la corda). Si noti che tutte le altre forze sono o parallele o perpendicolari al pavimento ed è quindi necessario scomporre lungo x e y solo la forza $\vec{F}$.

$$F_x = F\cos 40.0° = 65.0\text{ N} \times 0.766 = 49.8\text{ N}$$

$$F_y = F\sin 40.0° = 65.0\text{ N} \times 0.643 = 41.8\text{ N}$$

La Figura 3.29 è il diagramma del corpo libero, con la forza $\vec{F}$ sostituita dalle sue componenti. Si noti che la somma delle componenti verticali deve essere nulla, dato che $a_y = 0$.

$$\sum F_y = ma_y = 0$$

$$N + F\sin 40.0° - P = 0$$

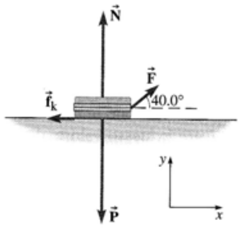

Figura 3.28 Rappresentazione delle forze che agiscono sulla valigia mentre viene trascinata sul pavimento. Le lunghezze delle frecce che rappresentano i vettori non sono in scala.

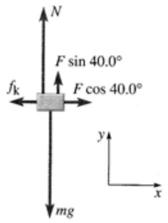

Figura 3.29 Schema del diagramma di corpo libero per la valigia. $\vec{F}$, la forza esercitata da Beatrice, è rappresentata dalle sue componenti lungo gli assi x e y del sistema di riferimento scelto. Le forze sono indicate dai loro moduli.

Possiamo risolvere questa equazione per determinare l'intensità della forza normale. In particolare, l'intensità della forza peso (forza gravitazionale) è $P = mg$, e quindi:

$$N = mg - F\sin 40°$$

$$= (36.0\text{ kg} \times 9.80\text{ N/kg}) - (65.0\text{ N} \times \sin 40.0°)$$

$$= 352.8\text{ N} - 41.8\text{ N} = 311\text{ N}$$

(b) L'intensità della forza d'attrito dinamico è

$$f_k = \mu_k N = 0.13 \times 311\text{ N} = 40.43\text{ N}$$

La forza d'attrito è quindi pari a 40 N, è diretta orizzontalmente ed è rivolta nel verso opposto a quello del movimento della valigia (cioè, nel verso opposto a quello dell'asse x).

(c) La componente lungo y dell'accelerazione è nulla. Per trovare invece la componente dell'accelerazione lungo x dobbiamo applicare la seconda legge sul moto, considerando le componenti lungo lo stesso asse delle forze agenti sulla valigia.

$$\sum F_x = +F\cos 40.0° + (-f_k)$$

$$= 49.79\text{ N} - 40.43\text{ N} = 9.36\text{ N}$$

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{9.36\text{ N}}{36.0\text{ kg}} = 0.260\text{ m/s}^2$$

Nell'equazione abbiamo sostituito l'unità di misura N/kg con l'equivalente m/s^2, dato che quest'ultimo è il modo usuale per scrivere nel SI le unità di misura dell'accelerazione. L'accelerazione della valigia è quindi di 0.3 m/s^2, in direzione orizzontale e rivolta nel verso dell'asse x.

(d) Dato che l'accelerazione a_x è costante,

$$\Delta v_x = a_x \Delta t$$

La valigia comincia a muoversi da fermo e quindi $v_{ix} = 0$ e $\Delta v_x = v_{fx} - v_{ix} = v_{fx}$. Allora:

$$\Delta t = \frac{v_{fx}}{a_x} = \frac{0.5\text{ m/s}}{0.260\text{ m/s}^2} = 2\text{ s}$$

Discussione Quello che Beatrice probabilmente vorrebbe è poter trascinare la valigia a velocità costante. Per fare questo deve però prima metterla in movimento, e poi accelerarla fino alla velocità voluta. Quando la valigia avrà raggiunto questa velocità, Beatrice potrà tirarla esercitando una forza leggermente minore: la forza risultante sarà allora nulla e la velocità della valigia risulterà costante.

Problema di verifica 3.8 **La storia continua...**

(a) Quale sarà la forza che Beatrice dovrà applicare (sempre nella direzione di 40.0° rispetto al piano orizzontale) perché la velocità della valigia sia costante [*aiuto*: la forza normale esercitata dal pavimento potrebbe *non* essere più quella di prima]? (b) La valigia si muove a 0.50 m/s. Beatrice esercita (sempre nella direzione di 40.0° rispetto al piano orizzontale) una forza di 42 N. Dopo quanto tempo la valigia si fermerà?