Soluzioni I prova in itinere di Fisica

CdL C.T.F. – A. Lascialfari - 21 aprile 2008

Esercizio 1

SOLUZIONE Scomponiamo la velocità iniziale nelle sue componenti (fig. 3-22):

$$v_{x0} = v_0 \cos 37.0° = (20.0 \text{ m/s})(0.799) = 16.0 \text{ m/s}$$
$$v_{y0} = v_0 \,\text{sen}\, 37.0° = (20.0 \text{ m/s})(0.602) = 12.0 \text{ m/s}.$$

(*a*) Consideriamo l'intervallo di tempo che inizia subito dopo che il pallone lascia il contatto con il piede fino a quando raggiunge la massima altezza. Durante questo intervallo l'accelerazione è g rivolta verso il basso. Alla massima altezza la velocità ha direzione orizzontale (fig. 3-22), quindi $v_y = 0$; e tale velocità viene raggiunta al tempo dato da $v_y = v_{y0} - gt$ con $v_y = 0$ (vedi eq. 2-11a in tab. 3-2). Così:

$$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{(12.0 \text{ m/s})}{(9.80 \text{ m/s}^2)} = 1.22 \text{ s}.$$

Dall'equazione 2-11b, con $y_0 = 0$, abbiamo

$$y = v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$= (12.0 \text{ m/s})(1.22 \text{ s}) - \tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)(1.22 \text{ s})^2 = 7.35 \text{ m}.$$

In alternativa, potremmo usare l'equazione 2-11c e risolverla rispetto a y, trovando

$$y = \frac{v_{y0}^2 - v_y^2}{2g} = \frac{(12.0 \text{ m/s})^2 - (0 \text{ m/s})^2}{2(9.80 \text{ m/s}^2)} = 7.35 \text{ m}.$$

La massima altezza vale 7.35 m.

(*b*) Per trovare il tempo impiegato dalla palla per tornare al suolo, consideriamo un diverso intervallo di tempo, che inizia quando il pallone lascia il piede ($t = 0$; $y_0 = 0$) e finisce appena prima che il pallone tocchi il suolo (di nuovo $y = 0$). Possiamo usare l'equazione 2-11b con $y_0 = 0$ e ponendo anche $y = 0$ (livello del terreno):

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$0 = 0 + (12.0 \text{ m/s})t - \tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t^2.$$

che è un'equazione facilmente scomponibile in fattori:

$$\left[\tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t - 12.0 \text{ m/s}\right]t = 0.$$

Esistono due soluzioni, $t = 0$ (che corrisponde al punto iniziale, y_0) e

$$t = \frac{2(12.0 \text{ m/s})}{(9.80 \text{ m/s}^2)} = 2.45 \text{ s},$$

che è il tempo totale di volo del pallone.

NOTA Il tempo $t = 2.45$ s per il percorso totale è il doppio del tempo occorso per raggiungere il punto più alto, calcolato in (*a*). Cioè il tempo per salire su è uguale a quello per tornare giù allo stesso livello, ma solo in assenza di resistenza dell'aria.

(*c*) La distanza totale percorsa nella direzione x si trova applicando l'equazione 2-11b con $x_0 = 0$, $a_x = 0$, $v_{x0} = 16.0$ m/s:

$$x = v_{x0}t = (16.0 \text{ m/s})(2.45 \text{ s}) = 39.2 \text{ m}.$$

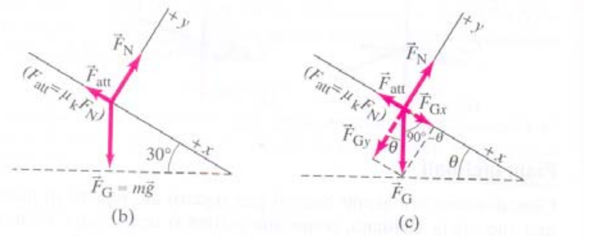
(*d*) Nel punto più alto, la componente verticale della velocità è nulla ed esiste solo la componente orizzontale (che rimane costante per tutta la durata del volo). Quindi $v = v_{x0} = v_0 \cos 37° = 16.0$ m/s.

(*e*) Il vettore accelerazione è lo stesso nel punto più alto e durante tutto il volo, cioè ha modulo 9.80 m/s^2 ed è diretto verso il basso.

Esercizio 2

APPROCCIO Scegliamo l'asse x parallelo alla superficie nevosa, con direzione positiva verso il basso nella direzione del moto della sciatrice, e l'asse y perpendicolare a questa superficie. Le forze che agiscono sulla sciatrice sono la gravità, $\vec{F}_G = m\vec{g}$, che punta verticalmente verso il basso (*non* perpendicolare alla pendenza) e le due forze esercitate sui suoi sci dalla neve – la forza normale perpendicolare al pendio nevoso (*non* verticale) e la forza di attrito parallela alla superficie. Queste tre forze sono mostrate in figura 4-32b per comodità come applicate a un punto e rappresentano il nostro diagramma delle forze relativo alla sciatrice.

SOLUZIONE Con tale scelta, il peso $\vec{F}_G$ è il solo vettore che dobbiamo scomporre. Le componenti del peso sono mostrate come linee tratteggiate in figura 4-32c. Per risolvere il problema più in generale usiamo per adesso θ al posto di 30°. Usiamo le relazioni trigonome-



triche applicate al triangolo rettangolo per ottenere le componenti:

$$F_{Gx} = mg \operatorname{sen}\theta,$$
$$F_{Gy} = -mg\cos\theta.$$

dove F_{Gy} va nella direzione negativa.

(*a*) Per calcolare l'accelerazione a_x con cui la sciatrice scende dalla collina, applichiamo la seconda legge di Newton in direzione x:

$$\Sigma F_x = ma_x$$
$$mg \operatorname{sen}\theta - \mu_k F_N = ma_x$$

dove le due forze sono la componente della forza di gravità (direzione $+x$) e la forza di attrito (direzione $-x$). Vogliamo ora trovare il valore di a_x, ma nell'ultima equazione non conosciamo F_N. Vediamo se possiamo ottenere F_N dalla seconda legge di Newton, applicata alla componente y:

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$F_N - mg\cos\theta = ma_y = 0$$

dove poniamo $a_y = 0$, in quanto non abbiamo alcun moto nella direzione y (perpendicolare alla pendenza). Quindi possiamo risolvere rispetto a F_N:

$$F_N = mg\cos\theta$$

e possiamo sostituire nella precedente equazione al posto di ma_x:

$$mg \operatorname{sen}\theta - \mu_k(mg\cos\theta) = ma_x.$$

Possiamo dividere entrambi i membri per m. Perciò (ponendo $\theta = 30°$ e $\mu_k = 0.10$):

$$a_x = g \operatorname{sen} 30° - \mu_k g \cos 30°$$
$$= 0.50g - (0.10)(0.866)g = 0.41g.$$

L'accelerazione della sciatrice è 0.41 volte l'accelerazione di gravità, cioè $a = (0.41)(9.8\ \mathrm{m/s^2}) = 4.0\ \mathrm{m/s^2}$. È interessante il fatto che le masse si elidano perché ciò porta all'utile conclusione che *l'accelerazione non dipende dalla massa*. Il fatto che talvolta sia possibile eliminare qualche termine e che questo fatto porti a utili conclusioni evitando calcoli superflui è il grande vantaggio che si ottiene lavorando con equazioni algebriche e inserendo i numeri solo alla fine.

(*b*) Poiché l'accelerazione è costante, la velocità dopo 4.0 s, utilizzando l'equazione 2-11a, è:

$$v = v_0 + at$$
$$= 0 + (4.0\ \mathrm{m/s^2})(4.0\ \mathrm{s}) = 16\ \mathrm{m/s},$$

dove abbiamo supposto che la sciatrice sia partita da ferma.

Esercizio 3

APPROCCIO Le forze che agiscono sul nostro oggetto, la Luna, sono la forza gravitazionale dovuta alla Terra, F_{LT}, e quella esercitata dal Sole, F_{LS}, come mostrato nel diagramma delle forze della figura 5-16. Usia-mo la legge della gravitazione universale per trovare il modulo di entrambe le forze e poi sommiamo le due forze vettorialmente.

SOLUZIONE La Terra dista $3.84 \cdot 10^5$ km dalla Luna, quindi F_{LT} (la forza gravitazionale esercitata dalla Terra sulla Luna) è

$$F_{LT} = \frac{(6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})(7.35 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg})(5.98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg})}{(3.84 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 1.99 \cdot 10^{20}\ \mathrm{N}.$$

Il Sole si trova a $1.50 \cdot 10^8$ km dalla Terra e dalla Luna, quindi F_{LS} (la forza esercitata dal Sole sulla Luna) vale

$$F_{LS} = \frac{(6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})(7.35 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg})(1.99 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg})}{(1.50 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 4.34 \cdot 10^{20}\ \mathrm{N}.$$

Poiché nel caso che stiamo considerando le due forze agiscono ad angolo retto (fig. 5-16), possiamo applicare il teorema di Pitagora per trovare il modulo della forza totale:

$$F = \sqrt{(1.99 \cdot 10^{20}\ \mathrm{N})^2 + (4.34 \cdot 10^{20}\ \mathrm{N})^2} = 4.77 \cdot 10^{20}\ \mathrm{N}.$$

La forza agisce a un angolo $\theta = \mathrm{arctg}(1.99/4.34) = 24.6°$.

Esercizio 4

(a) Risolviamo l'equazione $f = (1/2\pi)\ (g/L)^{1/2}$, dove L è la lunghezza del pendolo e f la frequenza di oscillazione, trovando g :

$g = (2\pi f)^2 L = (6.283 \cdot 0.8190\ s^{-1})^2 (0.3710\ m) = 9.824\ m/s^2$

(b) $T = 1 / f = 1 / 0.8190$ Hz $= 1.22$ s $\qquad \omega = 2\pi f = 5.14$ rad/s

(c) $\theta = \theta_0 \cos(5.14\ t)$

Esercizio 5

Soluzione

Sul blocco agiscono tre forze: di queste, la forza della molla e il peso sono conservative. La forza normale non compie lavoro, dal momento che è perpendicolare allo spostamento del blocco. Poiché soltanto forze conservative compiono lavoro, l'energia meccanica si conserva. Vi sono due contributi all'energia potenziale, l'energia potenziale elastica della molla e l'energia potenziale gravitazionale. Misuriamo la coordinata verticale y a partire dalla posizione iniziale i, cosicché $y_i = 0$. Il valore iniziale dell'energia potenziale elastica è $\frac{1}{2}(2400\ \mathrm{N/m})(0.15\ m)^2 = 27$ J.

(a) Il blocco viene lasciato andare da fermo nel punto i e si arresta in f; l'energia cinetica è zero in entrambe le posizioni. Sia y_f la coordinata verticale del punto f; ivi l'energia potenziale gravitazionale è mgy_f. L'energia potenziale elastica è zero nel punto f, perché la molla è rilassata e non c'è contatto tra molla e blocco. La conservazione dell'energia meccanica fornisce $mgy_f = 27\ \mathrm{J} + mgy_i = 27$ J. Sostituendo i valori numerici, otteniamo $y_f = 1.3$ per la coordinata verticale del punto f. La distanza s misurata lungo il piano inclinato è connessa a y_f dalla relazione $y_f = s \sin\theta$, ossia

$$s = \frac{1.3\ \mathrm{m}}{\sin 25°} = 3.1\ \mathrm{m}$$

(b) Quando il blocco ridiscendendo arriva a metà strada, la molla rimane rilassata, e i 27 J di energia meccanica sono ripartiti tra energia cinetica ed energia potenziale gravitazionale. Contrassegnando con l'indice h questo punto, si ha

$$\frac{1}{2}mv_h^2 + mgy_h = 27\ \mathrm{J}$$

con $y_h = \frac{1}{2}y_f = \frac{1}{2}$(1.3 m. Risolvendo rispetto a v_h, si ha $v_h = 3.6$ m/s.