Compito di Fisica per CdL Farmacia e CdL CTF
6 giugno 2011 – A. Lascialfari

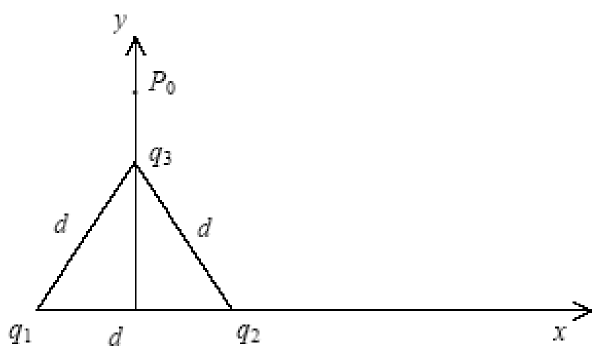
Esercizio 1
L'acqua di un ruscello cade da una cascata alta 10m con velocità iniziale praticamente nulla. Quanto vale la velocità dell'acqua alla base della cascata?

Esercizio 2
L'intervallo di tempo fra la percezione di un segnale di arresto (ad esempio un semaforo rosso) e l'applicazione dei freni è, per un automobilista medio, di 0.7 s. Se l'automobile può decelerare ad un ritmo di 5 m/s^2, calcolare la distanza totale percorsa prima dell'arresto: (a) da una velocità iniziale di 36 km/h; (b) da una velocità iniziale di 72 km/h

Esercizio 3
Un blocco di massa 0.1 kg, inzialmente fermo, posto su una guida lunga 5 m ed inclinata di 30° rispetto al piano orizzontale, viene trascinato verso l'alto da una forza di intensità pari a 2N, diretta parallelamente alla guida. Se si trascurano gli attriti : (a) quanto vale l'accelerazione del corpo ? (b) quanto tempo impiega il blocco per arrivare in cima alla guida ?

Esercizio 4
Due grammi di azoto gas (N_2; peso molecolare = 28 g/mol) alla temperatura iniziale di 0^oC sono posti in un contenitore di volume pari a 2 litri, dotato di una valvola che si apre quando la pressione interna raggiunge 1.5 atm. (a) Quanto vale la pressione iniziale del gas ? (b) Quanto vale la temperatura del gas quando la valvola si apre ? (c) Quanto calore è stato fornito al gas per raggiungere tale temperatura ? (si ricordi che il calore specifico molare di un gas biatomico è c_v = 5/2 R ; R = 8.31 J/mol K)

Esercizio 5
Tre cariche puntiformi sono nei vertici di un triangolo equilatero di lato d=10 cm. Le cariche q_1 e q_2 sono negative e valgono $q_1 = q_2 = -q$ (q= 1μC), mentre la carica q_3 è positiva e vale $q_3 = 2q$ (ricordarsi che q= 1μC). Calcolare il potenziale elettrico V_0 nel punto P_0 di coordinate (x_0,y_0)=(0,40 cm), applicando il principio di sovrapposizione.



SOLUZIONI COMPITO DEL 06/06/2011

Esercizio 1

- **Quanto vale la velocità dell'acqua alla base della cascata?**

  Per rispondere posso

  – considerare che l'acqua cade sotto l'azione della forza di gravità.

  – utilizzare il principio di conservazione dell'energia in meccanica:

  – applicare il teorema di Bernoulli (conservazione dell'energia per unità di volume nel caso dei liquidi)

Visto che l'acqua cade sotto l'azione della forza di gravità il il suo moto è un moto uniformemente accelerato con accelerazione $g = 9.8\, m/s$ diretta verso il basso.
La sua velocità in funzione del tempo sarà data da

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_o + \vec{g}t$$

Visto che g è diretta verso il basso, e che la velocità iniziale è zero, posso limitarmi a considerare la sola coordinata z (diretta verso il basso)

$$v_z(t) = gt$$

Le equazioni del moto lungo la coordinata z nel caso di cadura dei gravi (avendo scelto la direzione z verso il basso) sono date da

$$z(t) = z_o + v_z t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$z(t_{cad}) - z_o = \frac{1}{2}gt^2 = \Delta h$$

quindi

$$t_{cad} = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}$$

per cui

$$v_{fin} = v_z(t_{cad}) = gt_{cad} = g\sqrt{\frac{2\Delta h}{g}} = \sqrt{2g\Delta h}$$

Applicando la conservazione dell'energia meccanica invece :

$$\frac{1}{2}mv_{fin}^2 = \frac{1}{2}mv_{in}^2 + mg\Delta h$$

da cui (considerando che la velocità iniziale è nulla)

$$v_{fin} = \sqrt{2g\Delta h}$$

Applicando il teorema di Bernoulli :

$$\frac{1}{2}dgv_{fin}^2 = \frac{1}{2}dgv_{in}^2 + dg(h_{in} - h_{fin}) + P_{in} - P_{fin}$$

devo conoscere v_{in}, $(h_{in} - h_{fin}$, P_{in} e P_{fin} tutte date dal testo (la pressione è ovunque qualla atmosferica), quindi:

$$v_{fin} = \sqrt{2g\Delta h}$$

Numericamente:

$$v_{fin} = \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9.8\, m/s^2 \cdot 10\, m} = 14\, m/s$$

Esercizio 2

a) **Calcolare la distanza totale percorsa prima dell'arresto da una velocità iniziale di $36\,km/h$**

Come distanza totale si intende la distanza percorsa dal momento in cui si accende il segnale di arresto fino al momento in cui l'auto si ferma completamente.

$$d_{arresto} = x(t_{arresto}) - x(t_{segnale})$$

- **Quanto vale $x(t_{arresto})$?**

  L'automobile che si muove con velocità v_{in} frena con decelerazione costante a partire dal tempo $t_{reazione}$.
  Si muove quindi di moto unifomemente accelerato.
  Le equazioni del moto per un moto uniformemente accelerato sono

$$X(t) = X(t_o) + V(t_o)(t - t_o) + \frac{1}{2}a(t - t_o)^2$$

quindi nel momento in cui la macchina si ferma si troverà in

$$x(t_{arresto}) = x(t_{reazione}) + v_{in}(t_{arresto} - t_{reazione}) + \frac{1}{2}a(t_{arresto} - t_{reazione})^2$$

e la distanza di arresto sarà data da:

$$d_{arresto} = x(t_{reazione}) - x(t_{segnale}) + v_{in}(t_{arresto} - t_{reazione}) + \frac{1}{2}a(t_{arresto} - t_{reazione})^2$$

per calcolare distanza percorsa fino al momento in cui la macchina si ferma devo calcolare $x(t_{reazione}) - x(t_{segnale})$ (la distanza percorsa fino al momento in cui comincia a frenare) e $t_{arresto} - t_{reazione}$ (il tempo di frenata).

Dal momento in cui si accende il segnale ($t_{segnale}$) al momento in cui si comincia a frenare ($t_{reazione}$), la macchina continua a muoversi a velocità costante pari a v_{in}.
Le equazioni del moto per un moto rettilineo uniforme sono date da:

$$x(t) = x(t_o) + v(t_o)(t - t_o)$$

quindi in questo caso

$$x(t_{reazione}) - x(t_{segnale}) = v_{in}(t_{reazione} - t_{segnale})$$

Il tempo di arresto è il momento in cui l'auto si ferma, ossia il valore di t per cui

$$v(t = t_{arresto}) = 0$$

Mentre la macchina frena (muovendosi di moto uniformemente accelerato) la sua velocità al tempo t sarà data da:

$$v(t) = v_o + a(t - t_o)$$

In questo caso particolare (accelerazione negativa a partire da $t_o = t_{reazione}$) $V(t)$ è data da

$$v(t) = v_{in} - a(t - t_{reazione})$$

Quindi

$$v(t = t_{arresto}) = 0 = v_{in} - a(t_{arresto} - t_{reazione})$$

Da cui si ricava:

$$t_{arresto} - t_{reazione} = \frac{v_{in}}{a}$$

Numericamente:

Sostituendo nell'equazione per $d_{arresto}$

$$d_{arresto} = v_{in}(t_{reazione} - t_{segnale}) + v_{in}\frac{v_{in}}{a} - \frac{1}{2}a\frac{{v_{iniziale}}^2}{a} = v_{in}(t_{reazione} - t_{segnale}) + \frac{1}{2}\frac{v_{iniziale}^2}{a}$$

Numericamente:

$$\begin{aligned} d_{arresto} = v_{in}(t_{reazione} - t_{segnale}) + \frac{1}{2}\frac{v_{iniziale}^2}{a} &= 36\,km/h * 0.7, s + \frac{1}{2}\frac{(36\,km/h)^2}{(5\,m/s^2)} \\ &= (36\frac{1000\,m}{3600\,s})0.7\,s + \frac{1}{2}\frac{(36\frac{1000\,m}{3600\,s})^2}{(5\,m/s^2)} = 17\,m \end{aligned}$$

b) **Calcolare la distanza totale percorsa prima dell'arresto da una velocità iniziale di $72\,km/h$**

La seconda domanda è una ripetizione della prima, con una diversa velocità iniziale, quindi posso utilizzare la stessa equazione e trovo

$$d'_{arresto} = 54\,m$$

Esercizio 3

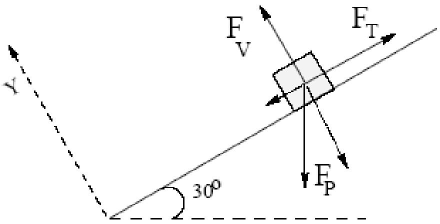
Usero’ la seconda legge di Newton Σ **F** = m **a.**

La risultante delle forze è definita come la somma vettoriale delle forze agenti sul corpo

$$\vec{F}_R = \sum \vec{f}_i$$

Per calcolarla devo quindi identificare le forze agenti sul corpo (in modulo direzione e verso)
Il testo del problema mi dice che c'è una forza (F_T) che trascina il corpo lungo la guida.
Sicuramente agisce anche la forza di gravità(F_P), che è diretta verso il basso.
Ci sarà poi una reazione vincolare data dalla guida (F_V), che "impedisce" al corpo di "cadere dentro" la guida.

La reazione vincolare è sicuramente perpendicolare alla guida e deve essere tale da annullare la risultante delle forze nella direzione perpendicolare alla guida. Disegnando il grafico delle forze applicate al corpo, osservo che il sistema di coordinate più comodo per esprimere le componenti delle forze è quello con l'asse x parallelo alla guida e l'asse y perpendicolare ad essa.



Scrivendo le componenti delle forze in questo sistema di coordinate, posso calcolare la risultante

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= F_{Px} + F_{Tx} + F_{Vx} \\ F_{Ry} &= F_{Py} + F_{Ty} + F_{Vy} \end{aligned}$$

Cioè

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= -mg\sin\theta + F_T \\ 0 &= -mg\cos\theta + F_V \end{aligned}$$

A questo punto ho ottenuto la soluzione

$$a = \frac{F_T - mg\sin\theta}{m}$$

Numericamente

$$a = \frac{2\,N - 0.1\,kg \cdot 9.8 m/s^2 \cdot \sin 30}{0.1\,kg} = 15.1\,m/s^2$$

b) **Calcolare il tempo che impiega ad arrivare in cima**

Mi chiede quindi di calcolare il valore di t_{sol} per cui

$$x(t_{sol}) = L$$

dove L è la lunghezza della guida.
Avendo formulato la domanda in questo modo, è abbastanza chiaro che per calcolare t_{sol} posso ricorrere alle equazioni del moto, che in questo caso è uniformemente accelerato:

$$x(t) = x_o + v_o(t - t_o) + \frac{1}{2}a(t - t_o)^2$$

usando i dati del problema ($x_o = 0$ e $v_o = 0$),

$$L = \frac{1}{2}at_{sol}^2$$

cioè

$$t_{sol} = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

Numericamente:

$$t_{sol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5\,m}{15\,m/s^2}} = 0.82\,s$$

Esercizio 4

a) **Quanto vale la pressione iniziale del gas?**

La pressione iniziale del gas è legata al volume e alla temperatura dalla legge dei gas perfetti

$$PV = nRT$$

per utilizzarla devo conoscere il numero di moli di gas

- **Quanto vale in numero di moli?** Il numero di moli è definito come

$$n = \frac{N_{molecole}}{N_{Avog}}$$

il numero di moli è legato alla massa dalla relazione

$$n = \frac{m}{P.M.}$$

in questo caso quindi:

$$n = \frac{m}{P.M.} = \frac{2\,g}{28\,g/mole} = 0.07\,moli$$

quindi la pressione iniziale vale

$$P_{in} = \frac{nRT_{in}}{V}$$

numericamente

$$P_{in} = \frac{nRT_{in}}{V} = \frac{0.07\,moli \cdot 0.082\,\ell\,atm/moli\,K \cdot 273\,K}{2\,\ell} = 0.8\,atm$$

b) **Quanto vale la temperatura del gas quando la valvola si apre?**

La temperatura del gas nel momento in cui si apre la valvola è legata al volume e alla pressione del gas tramite la legge dei gas perfetti:

$$PV = nRT$$

La pressione interna (nel momento in cui la valvola si apre) è $1.5\,atm$ mentre volume e numero di moli rimangono costanti:

$$T_{fin} = \frac{P_{fin}V}{nR}$$

Numericamente

$$T_{fin} = \frac{P_{fin}V}{nR} = \frac{1.5\,atm \cdot 2\,\ell}{0.07\,moli \cdot 0.082\,\ell\,atm/moli\,K} = 522.6\,K$$

c) **Quanto calore è stato fornito al gas?**

La quantità di calore assorbita dal gas è data quindi da:

$$Q = nc_v\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T$$

Numericamente:

$$Q = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2} \cdot 0.07\,moli \cdot 8.31\,J/mole\,K(522.6\,K - 273\,K) = 363\,J = 86.9\,cal$$

Esercizio 5

a) Il potenziale elettrico è la somma di quelli generati dalle tre cariche:

$$V_0 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y_0^2}} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y_0^2}} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0\left(y_0 - d\right)}$$

cioè:

$$V_0 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(y_0 - d\right)} - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y_0^2}}\right] = 15{,}3\text{ kV}$$