Soluz. 12 04 07

ISBN 88-408-1331-4

Es.1

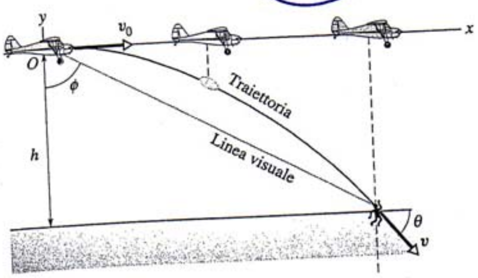

Figura 4.15 Problema svolto 4.6. Un aereo sgancia una capsula di salvataggio e prosegue in volo orizzontale. Mentre il salvagente sta cadendo, la componente orizzontale della sua velocità rimane uguale a quella dell'aereo.

(500 m) e quindi abbiamo bisogno di x per trovare ϕ. Possiamo ricavarlo dall'equazione 4.21:

$$x - x_0 = (v_0 \cos\theta_0)t. \tag{4.28}$$

Qui ci è noto $x_0 = 0$ perché l'origine è posta nel luogo di sgancio. Dato che la capsula viene *sganciata* e non lanciata dall'aeroplano, la sua velocità iniziale v_0 è uguale a quella dell'aereo. Il suo modulo è dunque 55,0 m/s e l'angolo θ_0 vale 0°. Ci manca tuttavia il tempo t necessario alla capsula per raggiungere il naufrago. Per trovarlo consideriamo il moto verticale e precisamente l'equazione 4.22:

$$y - y_0 = (v_0 \sin\theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2. \tag{4.29}$$

Ponendo $y - y_0 = -500$ m (col segno meno perché il naufrago si trova al *di sotto* dell'origine) e introducendo gli altri valori nella (4.29) troviamo

$$-500 \text{ m} = (55{,}0 \text{ m/s})(\sin 0°)t - \tfrac{1}{2}(9{,}8 \text{ m/s}^2)t^2,$$

che risolta rispetto a t fornisce $t = 10{,}1$ s. Introducendo questo valore nella (4.28) si ottiene

$$x - 0 = (55{,}0 \text{ m/s})(\cos 0°)(10{,}1 \text{ s}),$$

ovvero

$$x = 555{,}5 \text{ m}.$$

A questo punto torniamo alla (4.27):

$$\phi = \arctan\frac{555{,}5 \text{ m}}{500 \text{ m}} = 48{,}0°.$$

(b) Stabilire la velocità $\mathbf{v}$ della capsula al momento dell'impatto nella notazione con i versori, specificandone poi modulo e direzione.

SOLUZIONE: Ancora come idea chiave consideriamo che i moti verticale e orizzontale della capsula sono indipendenti. E in particolare lo sono le componenti verticale e orizzontale.

Un'altra idea chiave consiste nell'osservare che la componente orizzontale v_x della velocità non cambia il suo valore iniziale $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$, perché l'accelerazione orizzontale è nulla. Di conseguenza, quando la capsula tocca l'acqua,

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 = (55{,}0 \text{ m/s})(\cos 0°) = 55{,}0 \text{ m/s}.$$

Una terza idea chiave ci suggerisce che invece la componente verticale v_y della velocità varia perché è sottoposta a un'accelerazione non nulla. In base all'equazione 4.23, sapendo che il tempo di caduta della capsula è $t = 10{,}1$ s, troviamo all'impatto sull'acqua

$$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt =$$
$$= (55{,}0 \text{ m/s})(\sin 0°) - (9{,}8 \text{ m/s})(10{,}1 \text{ s}) =$$
$$= -99{,}0 \text{ m/s}.$$

La velocità vettoriale all'impatto è dunque data da

$$\mathbf{v} = (55{,}0 \text{ m/s})\mathbf{i} - (99{,}0 \text{ m/s})\mathbf{j}.$$

Infine ne troviamo modulo e direzione servendoci di una calcolatrice capace di trattare i vettori, oppure dell'equazione 3.6:

$$v = 113 \text{ m/s} \quad \text{e} \quad \theta = -60{,}9°.$$

dell'aria) le componenti (a) orizzontale e (b) verticale della velocità? Come sono le componenti (c) orizzontale e (d) verticale dell'accelerazione durante l'ascesa e la discesa, e al culmine della traiettoria?

Es. 1a

Problema svolto 4.6

Un aereo da soccorso vola a 198 km/h (= 55 m/s) alla quota costante di 500 m verso un punto posto sulla verticale di una persona che si dibatte in mare, come nella figura 4.15. Il pilota vuole sganciare la capsula salvagente in modo che cada in acqua molto vicina al naufrago.

(a) Sotto quale angolo visuale ϕ il pilota dovrebbe sganciare la capsula salvagente?

SOLUZIONE: Come idea chiave consideriamo che la capsula, una volta sganciata, si comporta come un proiettile, e quindi i moti orizzontale e verticale sono indipendenti e trattabili separatamente (non occorre seguire l'effettiva traiettoria curva). Il sistema di coordinate della figura 4.15 presenta l'origine nel punto di sgancio e da qui vediamo che ϕ è dato da

$$\phi = \arctan\frac{x}{h}, \tag{4.27}$$

ove x è l'ascissa della vittima (e della capsula quando tocca l'acqua) al momento dello sgancio e h è l'altezza dell'aereo. Conosciamo h

$$a = 1{,}76 \text{ m/s}^2, \quad T_1 = 16{,}4 \text{ kg}, \quad T_2 = 8{,}2 \text{ kg}.$$

Es.2

25. Calcolare la massa della terra, assumendo che sia di forma sferica e il suo raggio sia di 6,37 × × 10^6 metri.

Soluzione:

Sia m_e = massa della terra, m_b = massa di un corpo vicino alla superficie terrestre. L'attrazione gravitazionale F sul corpo di massa m_b è $F = m_b g = G\frac{m_b m_e}{r^2}$, da cui $g = G\frac{m_e}{r^2}$ e

$$m_e = \frac{gr^2}{G} = \frac{(9{,}8 \text{ m/s}^2)(6{,}37 \times 10^6 \text{ m})^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2} = 6{,}0 \times 10^{24} \text{ kg}.$$

 Es. 3
ISBN 88-408-1331-4

specifico c_{ghiaccio} del ghiaccio dato dalla tabella 18.3, la temperatura iniziale $T_i = -10$ °C e la temperatura finale $T_f = 0$ °C, troviamo

$$Q_1 = c_{\text{ghiaccio}} m(T_f - T_i) = \\ = [2220 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}](0{,}720 \text{ kg})[0 \text{ °C} - (-10 \text{ °C})] = \\ = 15\,984 \text{ J} \approx 15{,}98 \text{ kJ}.$$

Stadio 2. Idea chiave: Una volta raggiunta la temperatura di 0 °C non ci può essere alcuna variazione di temperatura finché il ghiaccio non si è completamente sciolto. Il calore Q_2 ceduto può quindi solo cambiare lo stato fisico della sostanza, trasformandola da solida a liquida. Utilizziamo dunque l'equazione 18.16 relativa al calore di fusione dato dalla relazione 18.18 e dalla tabella 18.4:

$$Q_2 = L_F m = (333 \text{ kJ/kg})(0{,}720 \text{ kg}) \approx 239{,}8 \text{ kJ}.$$

Stadio 3. Idea chiave: Ora il calore Q_3 fornito finisce solo per innalzare la temperatura dell'acqua liquida da 0 °C a 15 °C. Utilizziamo quindi l'equazione 18.14, ma con il calore specifico c_{liq} dell'acqua dato dalla tabella 18.3. In questa fase la temperatura iniziale T_i è 0 °C e la temperatura finale T_f è 15 °C. Si trova

$$Q_3 = c_{\text{liq}} m(T_f - T_i) = \\ = [4190 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}](0{,}720 \text{ kg})(15 \text{ °C} - 0 \text{ °C}) = \\ = 45\,252 \text{ J} \approx 45{,}25 \text{ kJ}.$$

Il calore totale Q_{tot} richiesto è la somma dei calori necessari nei tre stadi:

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \\ = 15{,}98 \text{ kJ} + 239{,}8 \text{ kJ} + 45{,}25 \text{ kJ} \approx \\ \approx 300 \text{ kJ}.$$

Si noti che il calore richiesto per fondere il ghiaccio è molto più grande di quello richiesto per innalzare la temperatura sia del ghiaccio sia dell'acqua liquida.

(b) Supponete di fornire al ghiaccio un calore totale di soli 210 kJ. Quali sono allora lo stato finale e la temperatura dell'acqua finale?

SOLUZIONE: Dallo stadio 1, sappiamo che sono necessari 15,89 kJ per innalzare la temperatura del ghiaccio fino al punto di fusione. Il calore restante Q_{res} è allora 210 kJ – 15,98 kJ, o circa 194 kJ. Dallo stadio 2, possiamo vedere che questa quantità di calore è insufficiente per fondere tutto il ghiaccio. Qui l'idea chiave è importante: se la fusione è incompleta, il processo terminerà con una miscela di solido e liquido; la sua temperatura non potrà essere che 0 °C.

Possiamo trovare la massa m del ghiaccio che è stato fuso dal calore Q_{res} utilizzando l'equazione 18.16:

$$m = \frac{Q_{\text{res}}}{L_F} = \frac{194 \text{ kJ}}{333 \text{ kJ/kg}} = 0{,}583 \text{ kg} \approx 580 \text{ g}.$$

Allora la massa del ghiaccio restante è 720 g – 580 g, ossia 140 g. Quindi abbiamo

580 g di acqua e 140 g di ghiaccio a 0 °C.

Problema svolto 14.6

Es. 4

La figura 14.17 mostra come il flusso d'acqua che esce da un rubinetto si restringa mentre cade. L'area di sezione A_0 è di 1,2 cm² e A è 0,35 cm². I due livelli sono separati da una distanza verticale $h = 45$ mm. Qual è il flusso dell'acqua che esce dal rubinetto?

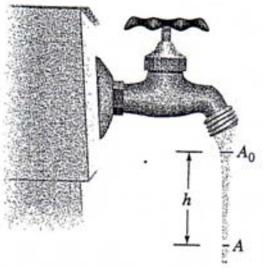

Figura 14.17 Problema svolto 14.6. Quando l'acqua esce da un rubinetto la sua velocità aumenta. Giacché la portata deve essere la stessa in tutte le sezioni attraversate, il getto deve restringersi.

SOLUZIONE: L'idea chiave è semplicemente questa: la portata volumica deve essere identica attraverso entrambe le sezioni.

Dall'equazione di continuità (eq. 14.24) si ha dunque

$$A_0 v_0 = A v, \qquad (14.26)$$

dove v_0 e v sono le velocità dell'acqua ai corrispondenti livelli. Dall'equazione 2.16 possiamo anche scrivere, poiché l'acqua cade liberamente con l'accelerazione di gravità g,

$$v^2 = v_0^2 + 2gh. \qquad (14.27)$$

Eliminando v tra le equazioni (14.26) e (14.27) e risolvendo rispetto a v_0 si ottiene

$$v_0 = \sqrt{\frac{2ghA^2}{A_0^2 - A^2}} = \\ = \sqrt{\frac{(2)(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}045 \text{ m})(0{,}35 \text{ cm}^2)^2}{(1{,}2 \text{ cm}^2)^2 - (0{,}35 \text{ cm}^2)^2}} = \\ = 0{,}286 \text{ m/s} = 28{,}6 \text{ cm/s}.$$

La portata volumica R_V è quindi, per l'equazione 14.24,

$$R_V = A_0 v_0 = (1{,}2 \text{ cm}^2)(28{,}6 \text{ cm/s}) = \\ = 34 \text{ cm}^3\text{/s}.$$

alle maglie.

(Es. 5a)

Esempio 5 La figura 10 mostra un circuito i cui elementi hanno i seguenti valori numerici

$$\mathcal{E}_1 = 2.1 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 6.3 \text{ V},$$
$$R_1 = 1.7\ \Omega, \quad R_2 = 3.5\ \Omega.$$

Si determinino le correnti nei tre rami del circuito.

Soluzione Si rappresentino le correnti come mostrato nella figura, scegliendo per le correnti versi arbitrari. Scrivendo una equazione al nodo a si trova

$$i_1 + i_2 = i_3. \tag{22}$$

Ora, partendo dal punto a si percorra la maglia di sinistra del circuito in senso antiorario. Si trova

$$-i_1R_1 - \mathcal{E}_1 - i_1R_1 + \mathcal{E}_2 + i_2R_2 = 0$$

cioè

$$2i_1R_1 - i_2R_2 = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1. \tag{23}$$

Percorrendo la maglia di destra del circuito in senso orario, partendo dal punto a, si trova

$$+i_3R_1 - \mathcal{E}_2 + i_3R_1 + \mathcal{E}_2 + i_2R_2 = 0$$

cioè

$$i_2R_2 + 2i_3R_1 = 0. \tag{24}$$

Le espressioni 22, 23 e 24 sono tre equazioni indipendenti nelle

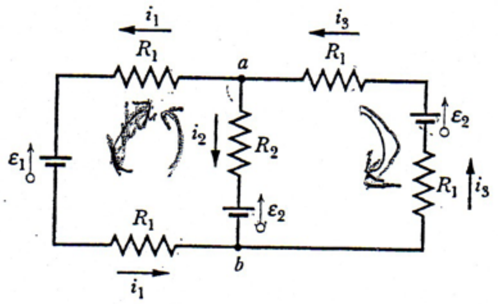

Figura 10 Esempi 5 e 6. Circuito a due maglie.

...e incognite i_1, i_2 e i_3. Si può risolvere questo sistema di equazioni ricavando le tre incognite. Con i necessari passaggi algebrici si ottiene

$$i_1 = \frac{(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)(2R_1 + R_2)}{4R_1(R_1 + R_2)}$$

$$= \frac{(6.3\ \mathrm{V} - 2.1\ \mathrm{V})(2 \times 1.7\ \Omega + 3.5\ \Omega)}{(4)(1.7\ \Omega)(1.7\ \Omega + 3.5\ \Omega)} = 0.82\ \mathrm{A},$$

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{2(R_1 + R_2)}$$

$$= \frac{6.3\ \mathrm{V} - 2.1\ \mathrm{V}}{(2)(1.7\ \Omega + 3.5\ \Omega} = -0.40\ \mathrm{A},$$

$$i_3 = \frac{(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)R_2}{4R_1(R_1 + R_2)}$$

$$= \frac{(6.3\ \mathrm{V} - 2.1\ \mathrm{V})(3.5\ \Omega)}{(4)(1.7\ \Omega)(1.7\ \Omega + 3.5\ \Omega)} = 0.42\ \mathrm{A}.$$

...egni delle correnti indicano che i versi di i_1 e i_3 erano stati fissati correttamente sul circuito, mentre il verso di i_2 era stato posto erroneamente: i_2 scorre verso l'alto, e non verso il basso, nel ramo centrale del circuito della figura 10. Si può lasciare il verso errato sulla figura ricordondo, però, che il valore numerico di i_2 è negativo, in tutti i calcoli successivi che riguardano le correnti.

Esempio 6 Qual è la differenza di potenziale tra i punti a e b della figura 10?

Soluzione Percorrendo il ramo ab della figura 10 e assumendo i versi della corrente indicati, si ha che

$$V_a - i_2R_2 - \mathcal{E} = V_b,$$

cioè

$$V_a - V_b = \mathcal{E}_2 + i_2R_2$$
$$= 6.3\ \mathrm{V} + (-0.40\ \mathrm{A})(3.5\ \Omega) = +4.9\ \mathrm{V}.$$

Il segno positivo indica che a ha un potenziale più positivo di b. Ci si aspetta questo risultato osservando lo schema del circuito, infatti tutte e tre le batterie hanno il loro morsetto positivo verso l'alto.