

Fisica per Farmacia A.A. 2018/2019

Responsabile del corso: Prof. Alessandro Lascialfari

Tutor (16 ore): Matteo Avolio

Lezione del 16/05/2019 – 2 h (13:30-15:30, Aula G10, Golgi)

ESERCITAZIONI – TERMODINAMICA

Esercizio 1

Una pentola di rame di massa 500 grammi contiene un blocchetto di piombo di massa 1 Kg; essi si trovano in equilibrio termico alla temperatura ambiente di 20°C. Un litro di piombo fuso, che si trova alla temperatura di fusione di 327.3°C, viene versato nella pentola. Il sistema piombo-rame raggiunge l'equilibrio termodinamico alla temperatura di 327.3°C. Assumendo che tutti gli scambi di calore avvengano solo tra il piombo ed il rame: a) Determinare le quantità di calore scambiate, in modulo e segno, dalla pentola di rame, dal blocchetto di piombo e dal piombo fuso; b) Determinare la massa di piombo solido e di piombo liquido presente nello stato finale.

Ricordiamo che la densità del piombo è di 11300 Kg/m³, mentre il suo calore specifico è di 128 J/(Kg K) ed il suo calore latente di fusione è di 24500 J/Kg. Il calore specifico del rame è di 387 J/(Kg K) e la sua temperatura di fusione è di 1083 °C.

SOLUZIONE

$$m_{Cu} = 500 \text{ g} = 0.500 \text{ kg}$$

$$m_{Pb(S)_i} = 1 \text{ kg}$$

(S) = solido i = iniziale

$$T_{Pb(S)_i} = T_{Cu_i} = 20^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$$

$$V_{Pb(F)_i} = 1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

(F) = fuso

$$\rho_{Pb} = 11300 \text{ kg/m}^3$$

$$T_{Pb(F)} = 327.3^\circ\text{C} = 600.45 \text{ K}$$

$$T_f = 327.3^\circ\text{C} = 600.45 \text{ K}$$

f = finale, all'equilibrio

$$c_{Pb} = 128 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\lambda_{Pb_f} = 24500 \text{ J/kg}$$

$$c_{Cu} = 387 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$T_{Cu(F)} = 1083^\circ\text{C} = 1356.15 \text{ K}$$

$$\text{a) } Q_{Cu} = ? \quad Q_{Pb(S)} = ? \quad Q_{Pb(F)} = ?$$

$$\text{b) } m_{Pb(S)_f} = ? \quad m_{Pb(F)_f} = ?$$

Calcoliamo la massa di piombo fuso versata nella pentola:

$$m_{Pb(F)_i} = V_{Pb(F)_i} \cdot \rho_{Pb} = 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 11300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 11.3 \text{ kg}$$

Poiché gli scambi di calore avvengono solo tra il piombo e il rame, calcoliamo:

1) il calore necessario a portare il blocco di piombo solido alla temperatura di equilibrio:

$$Q_1 = Q_{Pb(S)} = m_{Pb(S)_i} \cdot c_{Pb} \cdot (T_f - T_{Pb(S)_i}) = 1 \text{ kg} \cdot 128 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (600.45 \text{ K} - 293.15 \text{ K}) = 39334 \text{ J}$$

2) il calore necessario per portare la pentola di rame alla temperatura di equilibrio (minore di quella di fusione del rame!)

$$Q_2 = Q_{Cu} = m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot (T_f - T_{Cu_i}) = 0.500 \text{ kg} \cdot 387 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (600.45 \text{ K} - 293.15 \text{ K}) = 59462 \text{ J}$$

3) il calore che deve essere ceduto da TUTTO il piombo fuso affinché solidifichi:

$$Q_3 = Q_{PbT} = \lambda_{Pbf} \cdot m_{Pb(F)_i} = 24500 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 11.3 \text{ kg} = 276850 \text{ J}$$

Poiché $Q_3 > Q_1 + Q_2$, cioè $Q_{PbT} > Q_{Pb(S)} + Q_{Cu}$, non tutto il piombo fuso riuscirà a solidificare, mentre il blocchetto di piombo raggiungerà la temperatura di equilibrio, SENZA FONDERSI, così come la pentola di rame.

La quantità di calore ceduta dal piombo fuso al blocchetto di piombo e alla pentola di rame è:

$$Q_{Pb(F)} = -(Q_1 + Q_2) = -(39334 \text{ J} + 59462 \text{ J}) = -98796 \text{ J}$$

Dunque la massa di piombo fuso che solidifica è:

$$m_{Pb}^* = \frac{|Q_{Pb(F)}|}{\lambda_{Pbf}} = \frac{98796 \text{ J}}{24500 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 4.03 \text{ kg} \approx 4 \text{ kg}$$

All'equilibrio dentro la pentola ci sarà quindi una miscela di piombo fuso e piombo solido. In particolare, la massa di piombo solido varrà:

$$m_{Pb(S)_f} = m_{Pb(S)_i} + m_{Pb}^* = 1 \text{ kg} + 4 \text{ kg} = 5 \text{ kg}$$

Mentre la massa di piombo fuso:

$$m_{Pb(F)_f} = m_{Pb(F)_i} - m_{Pb}^* = 11.3 \text{ kg} - 4 \text{ kg} = 7.3 \text{ kg}$$

ESERCITAZIONI – ELETTRICITÀ

Esercizio 2

Due cariche elettriche puntiformi di segno opposto, rispettivamente $Q_1 = 5 \times 10^{-10} \text{ C}$ e $Q_2 = -5 \times 10^{-10} \text{ C}$ sono situate ad una distanza di 0.5 m una dall'altra. Calcolare, nel punto O posto al centro del segmento che unisce le due cariche, il valore del modulo del campo elettrico.

SOLUZIONE

$$\begin{aligned} Q_1 &= 5 \cdot 10^{-10} \text{ C} \\ Q_2 &= -5 \cdot 10^{-10} \text{ C} \\ d &= 0.5 \text{ m} \end{aligned}$$

La distanza tra ogni carica e il punto O è:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{0.5 \text{ m}}{2} = 0.25 \text{ m}$$

Calcoliamo i campi elettrici nel punto O. Poiché il modulo delle due cariche e la distanza dal punto O sono le stesse, anche il modulo dei campi elettrici è lo stesso:

$$\vec{E}_1 = E_{1x} \hat{i} = k_e \frac{Q_1}{r^2} \hat{i} = \left(9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \right) \frac{5 \cdot 10^{-10} \text{ C}}{(0.25 \text{ m})^2} \hat{i} = 72 \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{i}$$

$$\vec{E}_2 = E_{2x}(-\hat{i}) = k_e \frac{Q_2}{r^2}(-\hat{i}) = \left(9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2}\right) \frac{(-5 \cdot 10^{-10} C)}{(0.25 m)^2}(-\hat{i}) = 72 \frac{N}{C} \hat{i}$$

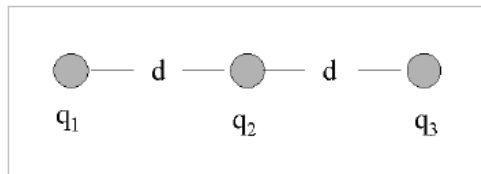
E, considerando il verso dei due campi elettrici (concorde), il campo elettrico totale vale:

$$\vec{E}_{TOT} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 72 \frac{N}{C} \hat{i} + 72 \frac{N}{C} \hat{i} = 144 \frac{N}{C} \hat{i}$$

Esercizio 3

Tre particelle cariche sono poste come in figura, separate da una distanza $d = 1$ cm. Le cariche q_1 e $q_2 = 1$ nC sono tenute ferme, da forze non elettriche, mentre la carica $q_3 = 2$ nC soggetta alla sola forza elettrica è in equilibrio.

Si determini il valore di q_1 e la forza elettrica che agisce sulla carica q_1 . ($K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)



SOLUZIONE

Poiché la carica q_3 è in equilibrio:

$$\vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = 0$$

$$F_{23} \hat{i} + F_{13} \hat{i} = 0$$

$$k_e \frac{q_2 q_3}{d^2} + k_e \frac{q_1 q_3}{(2d)^2} = 0$$

$$q_2 + \frac{q_1}{4} = 0$$

$$q_1 = -4q_2 = -4 \cdot 1 \text{ nC} = -4 \text{ nC}$$

La forza elettrica agente su q_1 vale:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = k_e \frac{q_2 q_1}{d^2}(-\hat{i}) + k_e \frac{q_3 q_1}{(2d)^2}(-\hat{i}) = k_e \frac{q_1}{d^2} \left(q_2 + \frac{q_3}{4} \right) (-\hat{i})$$

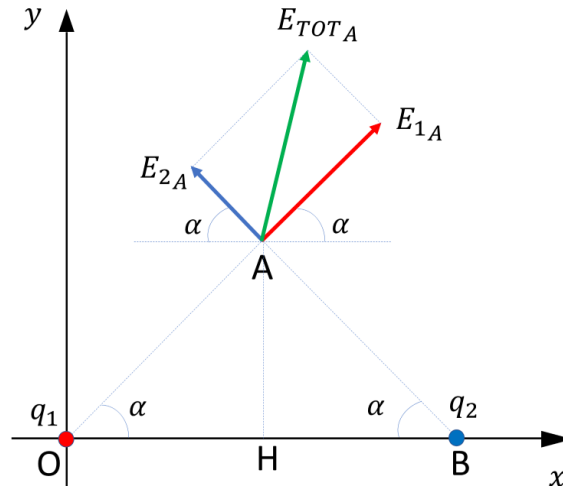
$$\vec{F}_1 = \left(9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \right) \frac{(-4 \cdot 10^{-9} C)}{(10^{-2} m)^2} \left(1 \cdot 10^{-9} C + \frac{2 \cdot 10^{-9} C}{4} \right) (-\hat{i}) = 5.4 \cdot 10^{-4} N \hat{i} = 0.54 \text{ mN } \hat{i}$$

Esercizio 4

Due cariche elettriche $q_1 = +20$ nC e $q_2 = +10$ nC si trovano sull'ascissa di un sistema di assi cartesiani nei punti $x = 0$ m e $x = 1$ m rispettivamente. Calcolare l'intensità del campo elettrico totale generato dalle due cariche nel punto di coordinate (0.5 m; 0.5 m).

SOLUZIONE

Rappresentiamo graficamente la distribuzione di cariche e i vettori campo elettrico nel punto A(0.5 m; 0.5 m). Poiché le cariche sono positive, il campo elettrico è uscente dalle cariche:



$$AH = OH = HB = 0.5 \text{ m}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$q_1 = 20 \text{ nC} \quad q_2 = 10 \text{ nC}$$

$$AO = AB = r = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} \text{ m} = \frac{OH}{\cos 45^\circ} = \frac{0.5 \text{ m}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}$$

Calcoliamo i campi elettrici E_{1A} e E_{2A} prodotti dalle 2 cariche nel punto A:

$$E_{1A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r^2} = k_e \frac{q_1}{r^2} = \left(9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{20 \cdot 10^{-9} \text{C}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}\right)^2} = 360 \text{ N/C}$$

$$E_{2A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r^2} = k_e \frac{q_2}{r^2} = \left(9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{10 \cdot 10^{-9} \text{C}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}\right)^2} = 180 \text{ N/C}$$

Calcoliamo le componenti x e y dei campi elettrici. Poiché L'angolo $\alpha = 45^\circ$, le componenti x e y saranno uguali:

$$E_{1Ax} = E_{1A} \cos 45^\circ = E_{1Ay} = E_{1A} \sin 45^\circ = 360 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 254.6 \text{ N/C}$$

$$E_{2Ax} = E_{2A} \cos 45^\circ = E_{2Ay} = E_{2A} \sin 45^\circ = 180 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 127.3 \text{ N/C}$$

Dunque:

$$\vec{E}_{TOT_A} = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A}$$

$$E_{TOT_{Ax}} = E_{1Ax} - E_{2Ax} = 254.6 \frac{\text{N}}{\text{C}} - 127.3 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 127.3 \text{ N/C}$$

$$E_{TOT_{Ay}} = E_{1Ay} + E_{2Ay} = 254.6 \frac{\text{N}}{\text{C}} + 127.3 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 381.9 \text{ N/C}$$

$$E_{TOT_A} = \sqrt{E_{TOT_{Ax}}^2 + E_{TOT_{Ay}}^2} = \sqrt{127.3^2 + 381.9^2} \frac{\text{N}}{\text{C}} = 402.6 \text{ N/C}$$