Fisica per Farmacia A.A. 2018/2019

Responsabile del corso: Prof. Alessandro Lascialfari
Tutor (8 ore): Linda Bianchini

Lezioni 27/02/2019 – 2 h (13:30-15:30, Aula G10, Golgi)
28/02/2019 – 2 h (13:30-15:30, Aula G10, Golgi)

Argomenti ripasso matematica:

1) Principi fondamentali

a. Equazioni algebriche di primo grado
b. Sistemi di equazioni di primo grado
c. Equazioni di secondo grado e sistemi
d. Proprietà delle potenze e dei logaritmi

2) Geometria analitica e trigonometria

a. Coordinate cartesiane
b. Sistema di coordinate tridimensionale
c. Il radiante
d. Trigonometria
e. Il concetto di funzione
f. Funzioni Trigonometriche

3) Derivate ed integrali

a. Definizione di derivata
b. Regole di derivazione e derivate notevoli
c. Integrali indefiniti
d. Integrali definiti

Lezione 27/02/2019

1.a. Equazioni algebriche di primo grado

Si tratta di un'eq.ne in cui l'incognita $\varkappa$ è elevata a esponente 1 e può essere sommata o moltiplicata con termini numerici.

$$\varkappa - 5 = 3$$

Def. : membro di sinistra, membro di destra, incognita, soluzioni dell'eq.ne, insieme di esistenza delle soluzioni

Def. : forma normale $a\varkappa + b = 0$ con $a, b, \in \mathbb{R}$

Ex1: $18\varkappa + a - b = 9 + 12\varkappa$

S1: $\frac{3}{2} + \frac{1}{6}(b - a)$

1.b. Sistemi di equazioni di primo grado

I sistemi lineari sono gruppi di equazioni lineari (di primo grado) in una o più incognite.

Sistemi lineari di 2 eq.ni e 2 incognite:

$$\begin{cases} a_1\varkappa + b_1 y = c_1 \\ a_2\varkappa + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

Una soluzione del sistema è una coppia di valori reali che soddisfano *entrambe* le eq.ni del sistema: $(\bar{x}, \bar{y})$ con $\bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{R}$.

Sistemi lineari di 3 eq.ni e 3 incognite:

$$\begin{cases} a_1\varkappa + b_1 y + c_1 z = d_1 \\ a_2\varkappa + b_2 y + c_2 z = d_2 \\ a_3\varkappa + b_3 y + c_3 z = d_3 \end{cases}$$

Una soluzione del sistema è una terna di valori reali che soddisfano *tutte* le eq.ni del sistema: $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ con $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \in \mathbb{R}$.

Ex2: $\begin{cases} \varkappa + 2y + 3z = 1 \\ 3\varkappa + 4y + 6z = 3 \\ 10\varkappa + 5y - 3z = -4 \end{cases}$

S2: (1; -2; 4/3)

1.c. Equazioni di secondo grado e sistemi

Si tratta di un'eq.ne polinomiale in cui l'incognita compare almeno una volta con esponente di grado 2 e tc l'incognita compaia con grado max pari a 2.

$$\varkappa^2 + \varkappa + 6 = 0$$

Def. : forma normale $a\varkappa^2 + b\varkappa + c = 0$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$

Def. : termine noto, insieme di esistenza (tutto $\mathbb{R}$)

Def.: discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$

Formula risolutiva:

$$\varkappa_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

se $\Delta > 0$, due soluzioni reali e distinte
se $\Delta = 0$, due soluzioni reali coincidenti
se $\Delta < 0$, eq.ne impossibile, nessuna soluzione reale

Ex3: $(2\varkappa - 1)(\varkappa + 2) - 2\,[3\varkappa^2 - \varkappa(x - 3)] + 7 = 0$

S3: $\varkappa_1 = -\frac{5}{2}$; $\varkappa_2 = 1$

Ex4: $\begin{cases} 3\varkappa^2 - y^2 + 4a = 2(a-1)^2 \\ x + y = 2a \end{cases}$

S4: $\begin{cases} \varkappa_1 = a - 1 \\ y_1 = a + 1 \end{cases} \vee \begin{cases} \varkappa_2 = -3a + 1 \\ y_2 = 5a - 1 \end{cases}$

1.d. Proprietà delle potenze e dei logaritmi

Potenze	$a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a\ (n\ volte)$ $a^0 = 1\ se\ a \neq 0$
Potenze con base negativa	$(-a)^n = a^n\ se\ n\ pari$ $(-a)^n = -a^n\ se\ n\ dispari$
Potenze con esponente negativo	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
Potenze con esponente razionale (p, q interi)	$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$
Prodotto di potenze con la stessa base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Quoziente di potenze con la stessa base	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Potenza di potenza	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
Prodotto di potenze con lo stesso esponente	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
Quoziente di potenze con lo stesso esponente	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
Logaritmo a,b ∈ ℝ, a,b > 0, a ≠ 1	$log_a(b)$ è il numero *c* tc $a^c = b$
Def. alternativa	$a^{log_a(b)} = b$
Logaritmo del prodotto	$log_a(b \cdot c) = log_a(b) + log_a(c)$
Regola dell'esponente	$log_a(b^c) = c\ log_a(b)$
Logaritmo del rapporto	$log_a\left(\frac{b}{c}\right) = log_a(b) - log_a(c)$
Formula del cambiamento di base	$log_a(b) = \frac{log_c(b)}{log_c(a)}$
Logaritmo naturale	$ln(b) \equiv log_e(b)$
Logaritmo in base 10	$Log(b) \equiv log_{10}(b)$

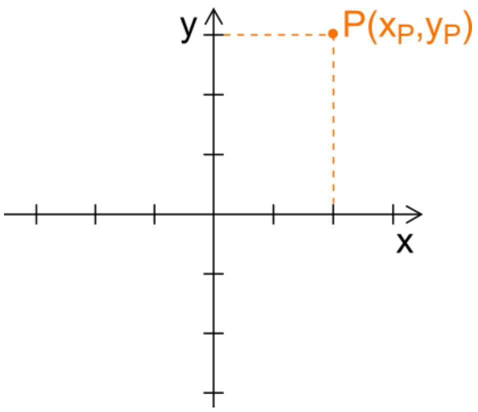
Ex5: $2^{\frac{3}{8}} \cdot \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 3}{\sqrt{2}} : \sqrt{\frac{2}{3}}}$

S5: $6^{\frac{3}{8}}$

Ex6: $log_{\frac{3}{4}}\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{3}{2}}$; $log_{\sqrt{2}}(2)^{\frac{3}{4}}$

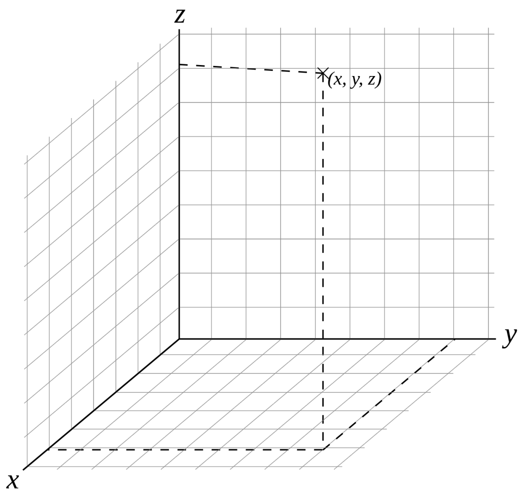
S6: 3; 3/2

2.a. Coordinate cartesiane



Coppia di assi coordinati + scala → posizione di un punto nel piano XY
X = asse orizzontale o delle ascisse
Y = asse verticale o delle ordinate
Origine (0,0)

2.b. Sistema di coordinate tridimensionale



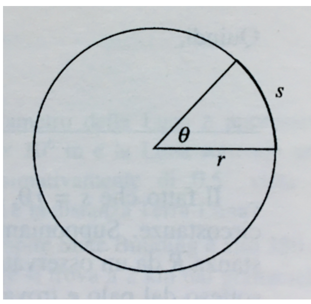
Per localizzare un punto nello spazio. Sistema di coordinate destrorso.

2.c. Il radiante

L'unità di misura di solito usata per misurare gli angoli è il grado = angolo al centro sotteso da 1/360 di circonferenza. Unità più comune in fisica è il radiante (rad).
Un radiante è definito come l'angolo sotteso da un arco la cui lunghezza s è uguale al raggio r.

$$s = r\vartheta$$

dove ϑ è misurato in radianti.



Considerando l'intera cfr ($2\pi r$),

$$s = 2\pi r = r\vartheta$$

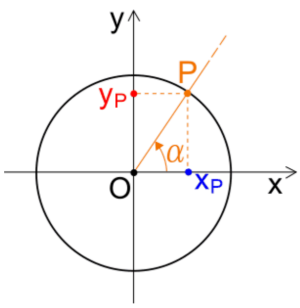
Quindi $\vartheta = 2\pi$ corrisponde a $\vartheta = 360°$ → 1 rad = $\frac{360}{2\pi} \cong 57.3°$

Angoli principali:

Gradi	Radianti
30	$\frac{\pi}{6}$
45	$\frac{\pi}{4}$
60	$\frac{\pi}{3}$
90	$\frac{\pi}{2}$
180	π
270	$\frac{3}{2}\pi$
360	2π

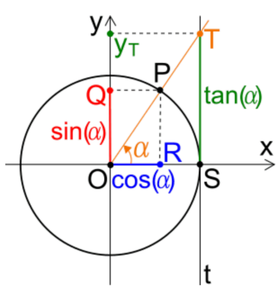
<u>2.d. Trigonometria</u>

Def.: circonferenza goniometrica. Crf di raggio unitario situata nel piano cartesiano con centro nell'origine degli assi.
Si consideri un angolo α sulla crf goniometrica.



$$\sin(\alpha) = y_P$$
$$\cos(\alpha) = x_P$$

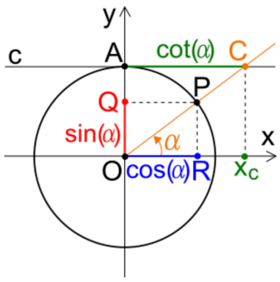
Si consideri la retta t tangente alla crf nel punto S(0,1).



$$\tan(\alpha) = y_T$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \ \forall \alpha \neq 90° + k180°, k \in \mathbb{Z}$$

Si consideri la retta c tangente la crf nel punto A(0,1).



$$\mathbf{cot}(\boldsymbol{\alpha}) = \boldsymbol{x_C}$$

$$\cot(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \ \forall \alpha \neq k180°, k \in \mathbb{Z}$$

α in gradi	α in radianti	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\tan(\alpha)$	$\cot(\alpha)$
$0°$	0	0	1	0	$\nexists$
$30°$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$45°$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$60°$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$90°$	$\frac{\pi}{2}$	1	0	$\nexists$	0
$180°$	π	0	-1	0	$\nexists$
$270°$	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	$\nexists$	0
$360°$	2π	0	1	0	$\nexists$

Funzioni inverse per calcolare l'angolo: arcoseno, arcocoseno, arcotangente.

Es7: $\frac{1}{2}cos(540°) + \frac{2}{3}sin(720°) - \frac{1}{4}sin(450°) + 6sin(-270°)$

S7: 21/4

2.e. Il concetto di funzione

Una funzione *f: A* → *B* è una legge che associa ad ogni elemento dell'insieme di partenza *A* uno ed un solo elemento dell'insieme di arrivo *B*.

$$\forall a \in A \quad \exists! \;\; b \in B \quad tale\ che \quad f(a) = b$$

Esempio: f(x) = 3x + 1   eq.ne di una retta

Def.: x = variabile indipendente
Def.: y = variabile dipendente

2.f. Funzioni trigonometriche

Def. e grafici di funzioni seno, cos e tangente.

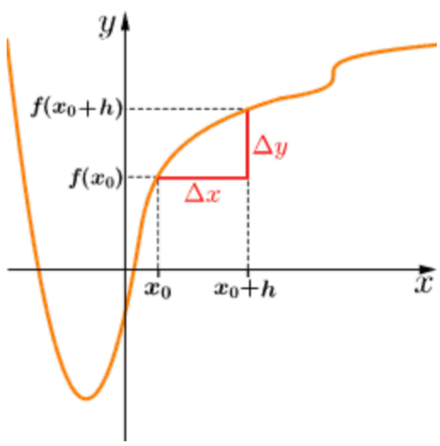
Lezione 28/02/2019

3.a. Definizione di derivata

Def.: rapporto incrementale di una funzione y = f(x) in un punto x_0.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Con h incremento sull'asse delle ascisse



Def. derivata

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Es8: $f(x) = 4x$ calcolare la derivata attraverso il rapporto incrementale in $x_0 = 5$

S8: 4

3.b. Regole di derivazione e derivate notevoli

Derivate notevoli: costante, potenza, radice, logaritmo, esponenziale, seno, coseno, tangente.

Regole di derivazione: derivata di una somma, derivata del prodotto, derivata del rapporto, derivata della funzione composta

Es9: calcolare la derivata delle seguenti funzioni

a) $y = xe^x sinx$
b) $y = \frac{1}{\ln{(1+x^3)}}$
c) $y = \sqrt{\cos{(e^x)}}$
d) Es. pag. 100 n. 4.2.4 eserciziario di matematica

Es10: valutare la derivata della funzione $y = \frac{tanx+x}{3^x}$ in $x_1 = 0$ e in $x_2 = \pi/4$

3.c. Integrali indefiniti

Definizione di primitiva di una funzione. Def. di integrale indefinito. Proprietà di additività e omogeneità degli integrali indefiniti.

Integrali notevoli: costante, potenza, 1/x, seno, coseno, tangente, esponenziale.

Integrale di una funzione composta:

$$\int f\big(g(x)\big)g'(x)dx = F\big(g(x)\big) + c$$

Con F primitiva.

NOTA BENE: scusate, a lezione ho scritto la formula sbagliata durante il ripasso, ma l'abbiamo poi corretta durante gli esercizi. Correggete la formula sulla tabella delle regole degli integrali che abbiamo scritto a lezione, grazie.

Es11: calcolare i seguenti integrali

a) $\int \frac{e^{lnx}}{x} dx$

b) $\int \left[\frac{2^{5x}}{3} + sin\left(\frac{x}{2}\right)\right] dx$

c) $\int \left[3^x + cosx + \frac{x^6}{7}\right] dx$

3.d. Integrali definiti

Def di integrale definito e area sottesa da una curva.

Es n 6.2.1, 6.2.2 eserciziario metodi matematici.

Proprietà degli integrali definiti.

Es n 4 pag. 169 eserciziario metodi matematici.