



Università di Pavia

Corso di laurea in

Tecniche di radiologia medica, per immagini e radioterapia

Misure elettriche ed elettroniche

FENOMENI ONDULATORI

parte II

- **PROPAGAZIONE DELLE ONDE**
- **PRINCIPI DI PROPAGAZIONE**
- **RIFLESSIONE**
- **RIFRAZIONE**
- **EFFETTO DOPPLER**

PROPAGAZIONE DI UN FENOMENO ONDULATORIO

①

- Legge di vibrazione *di una sorgente monocromatica*:

$$S_o(t) = A \text{ sen}(\omega t + \phi_o)$$

se $\phi_o = \text{fase iniziale} = 0 \Rightarrow A \text{ sen}(\omega t) = A \text{ sen}(2\pi t/T)$

- Legge di vibrazione *in un punto P*:

(a distanza x dalla sorgente O ; t_1 è il tempo impiegato dalla vibrazione per andare da O a P)

$$x = v t_1 \quad (v = \text{velocità di propagazione dell'onda})$$

- $S(t) = f(t - t_1) = f\left(t - \frac{x}{v}\right) \Rightarrow$

$$S(t) = A \text{ sen} \left[2\pi \frac{t - t_1}{T} \right] = A \text{ sen} \left[2\pi \frac{t - \frac{x}{v}}{T} \right] =$$

$$= A \text{ sen} \left[2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{x}{v T} \right] \right]$$

PROPAGAZIONE DI UN FENOMENO ONDULATORIO

2

■ Legge di vibrazione in un punto P:

essendo $v T = \lambda$ (a distanza x dalla sorgente)

$$v = \lambda \nu$$

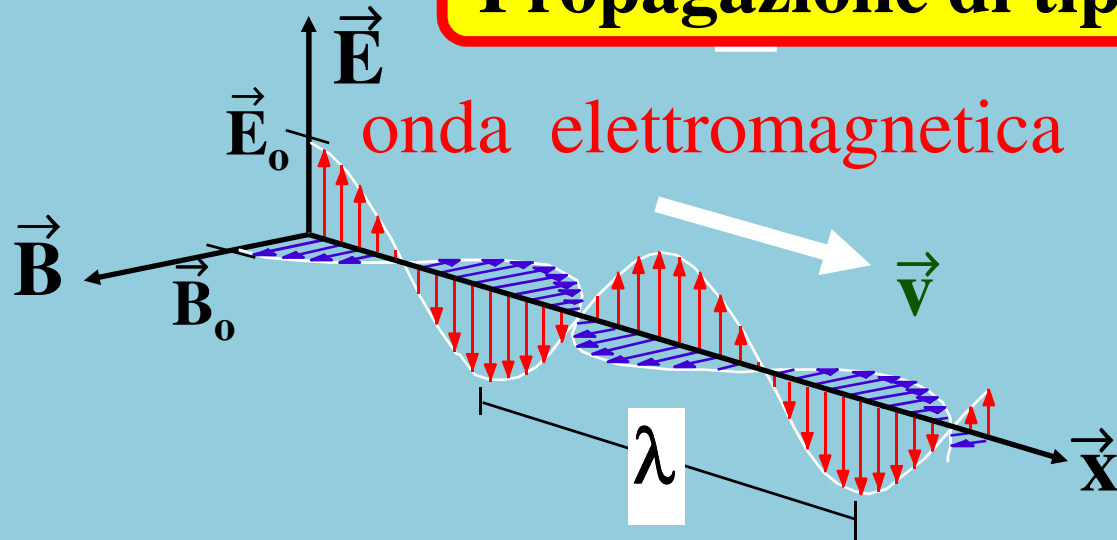
$$S(t) = A \operatorname{sen} \left[2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{x}{v T} \right] \right] =$$

$$= A \operatorname{sen} \left[2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right] \right]$$

$\lambda =$ **lunghezza d'onda**

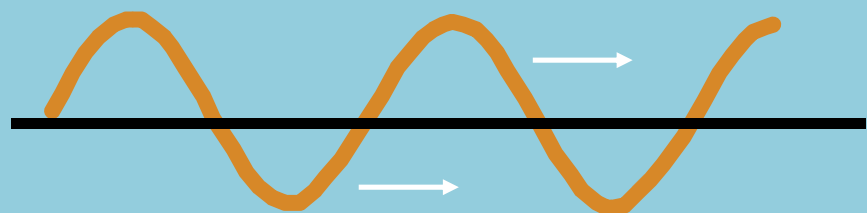
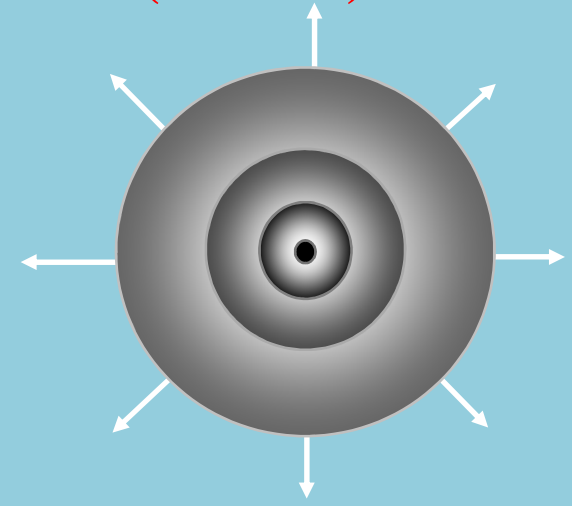
$2\pi \frac{x}{\lambda} =$ **“ritardo di fase”**

Propagazione di tipi diversi di onde



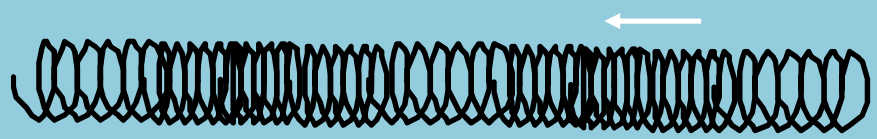
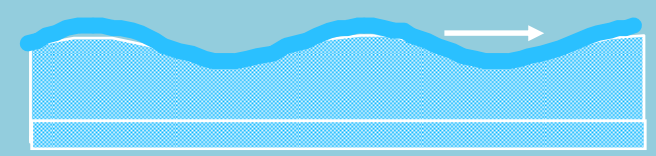
onda elettromagnetica

onda meccanica (suono)



onda meccanica lungo una fune

onda meccanica (superficie gas-liquido)

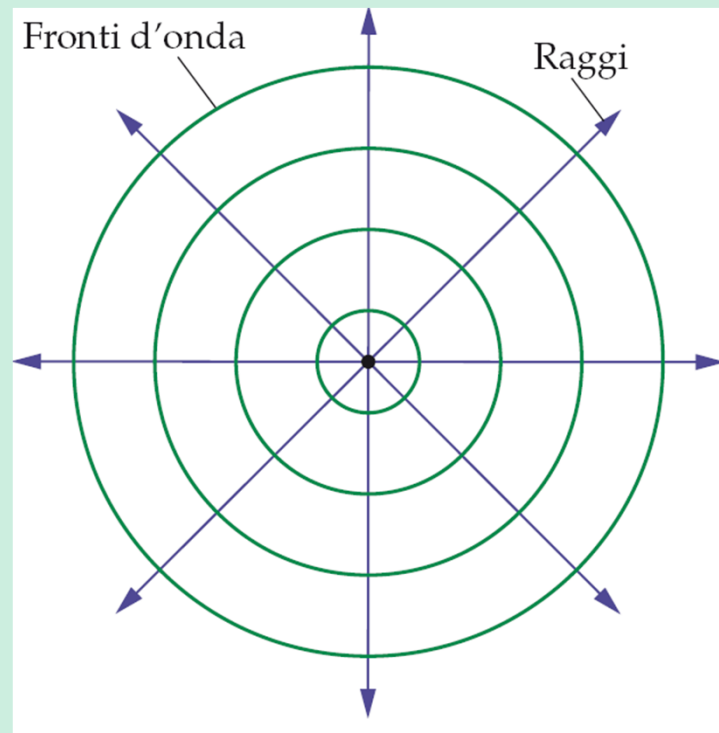


onda meccanica lungo una molla

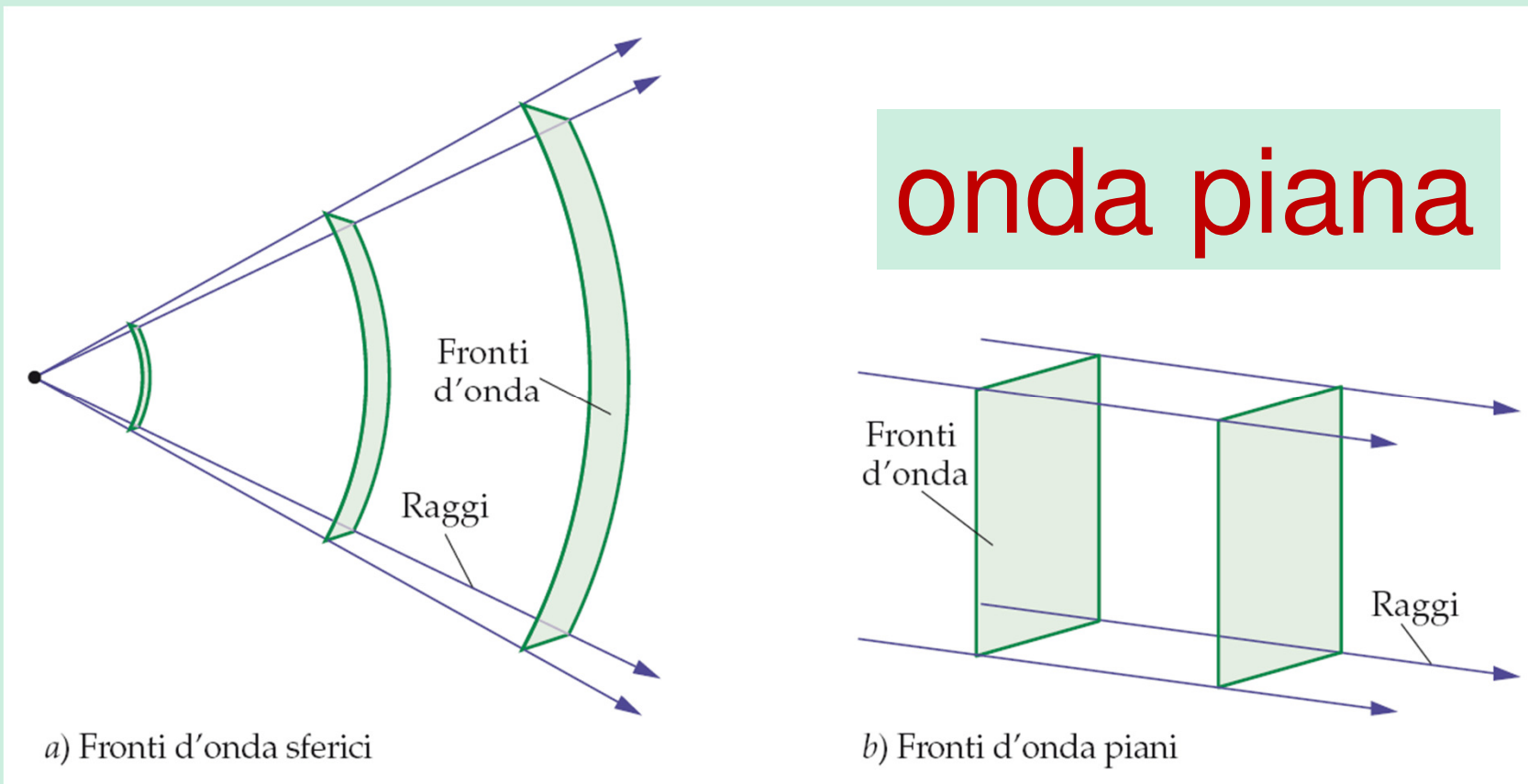


Se lasciamo cadere un sasso in una pozza, dal punto di impatto partono **onde circolari**.

I raggi (sempre perpendicolari ai fronti d'onda) indicano la direzione di propagazione delle onde.



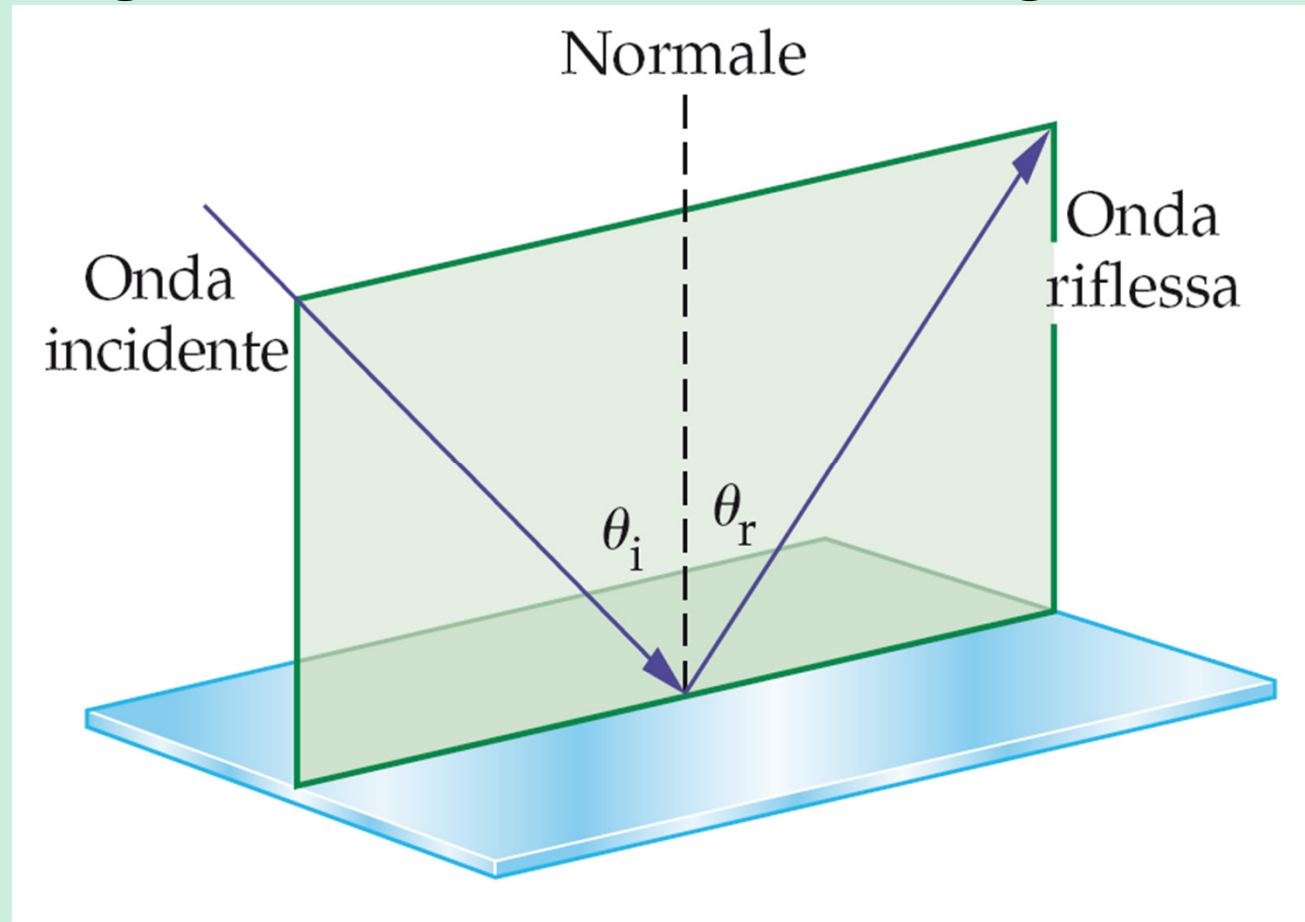
Allontanandosi dalla sorgente di un'onda sferica i fronti d'onda diventano sempre più piatti...



La riflessione della luce

La legge della riflessione afferma che l'angolo di incidenza e l'angolo di riflessione sono uguali.

$$\theta_i = \theta_r$$



RIFLESSIONE

e

il raggio incidente,

quello riflesso e

la normale al piano di separazione tra i due mezzi

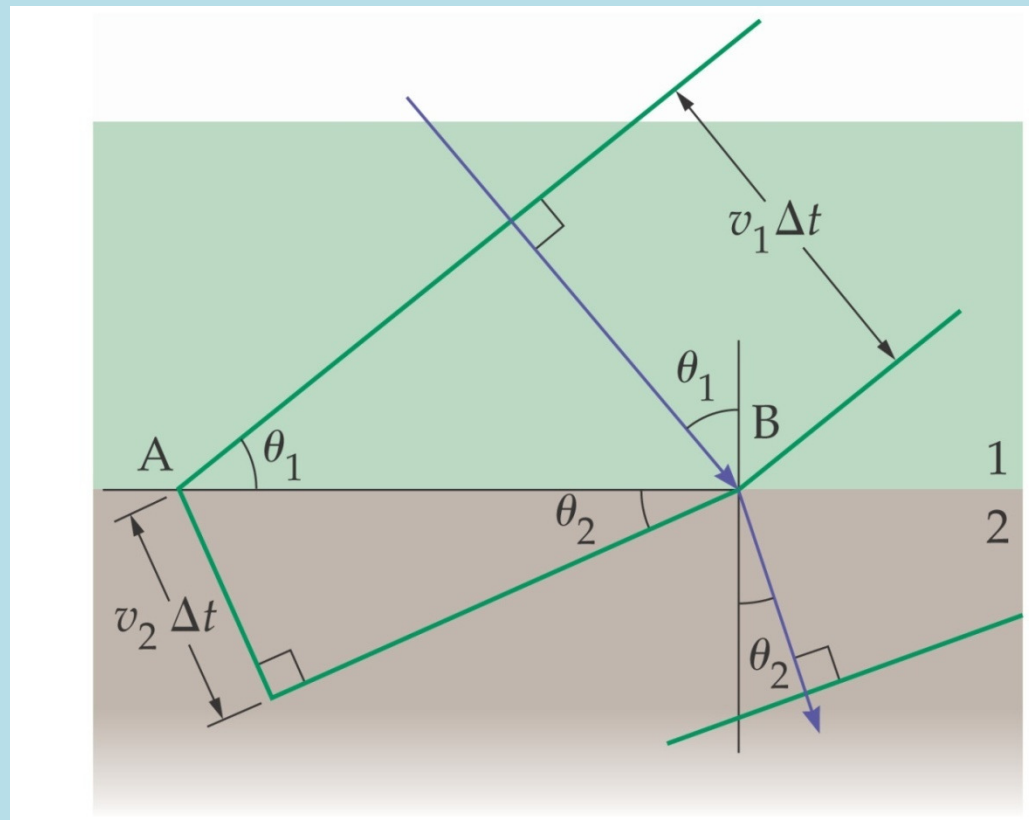
giacciono nella stesso piano

La rifrazione della luce

La luce si muove con velocità diverse in mezzi diversi.

La variazione della velocità al passaggio da un mezzo all'altro

modifica
la direzione
di propagazione
del raggio luminoso.



L'angolo di rifrazione è legato alle velocità nei due mezzi

$$\frac{\sin \theta_1}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{v_2}$$

La velocità della luce in un mezzo dipende dall'indice di rifrazione di quest'ultimo.

Definizione di indice di rifrazione (assoluto) n

$$n = c/v$$

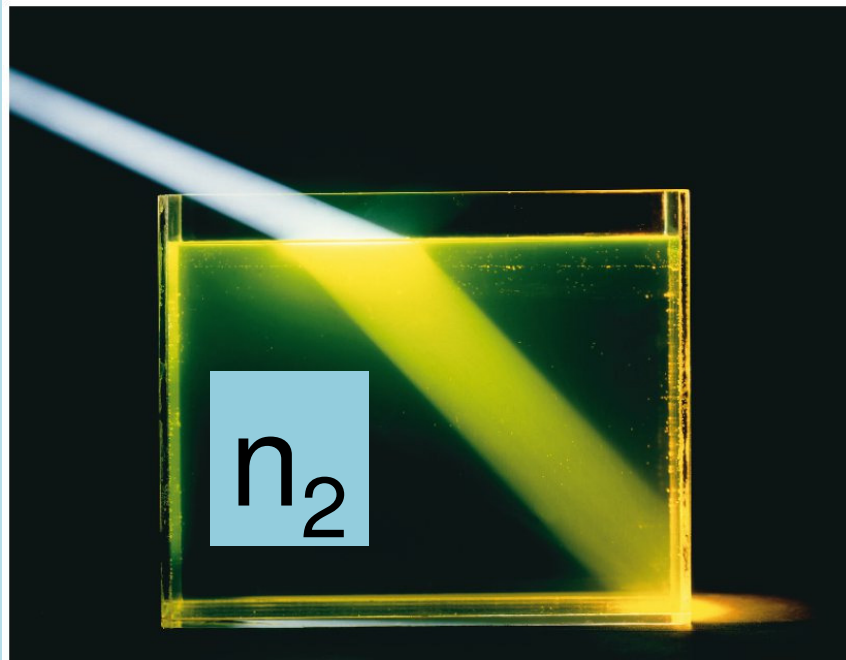
Essendo c la velocità della luce nel vuoto

Esprimiamo l'angolo di rifrazione in termini dell'indice di rifrazione.

Legge di Snell

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

n_1



$$n_2 > n_1$$

RIFRAZIONE

*il raggio incidente,
quello rifratto e
la normale al piano di separazione tra i due mezzi
giacciono nella stesso piano*

leggi della rifrazione (leggi di Snell)

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$$

n_1, n_2 = *indici di rifrazione assoluti*

INDICE DI RIFRAZIONE

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12} = \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad v_1 n_1 = v_2 n_2$$

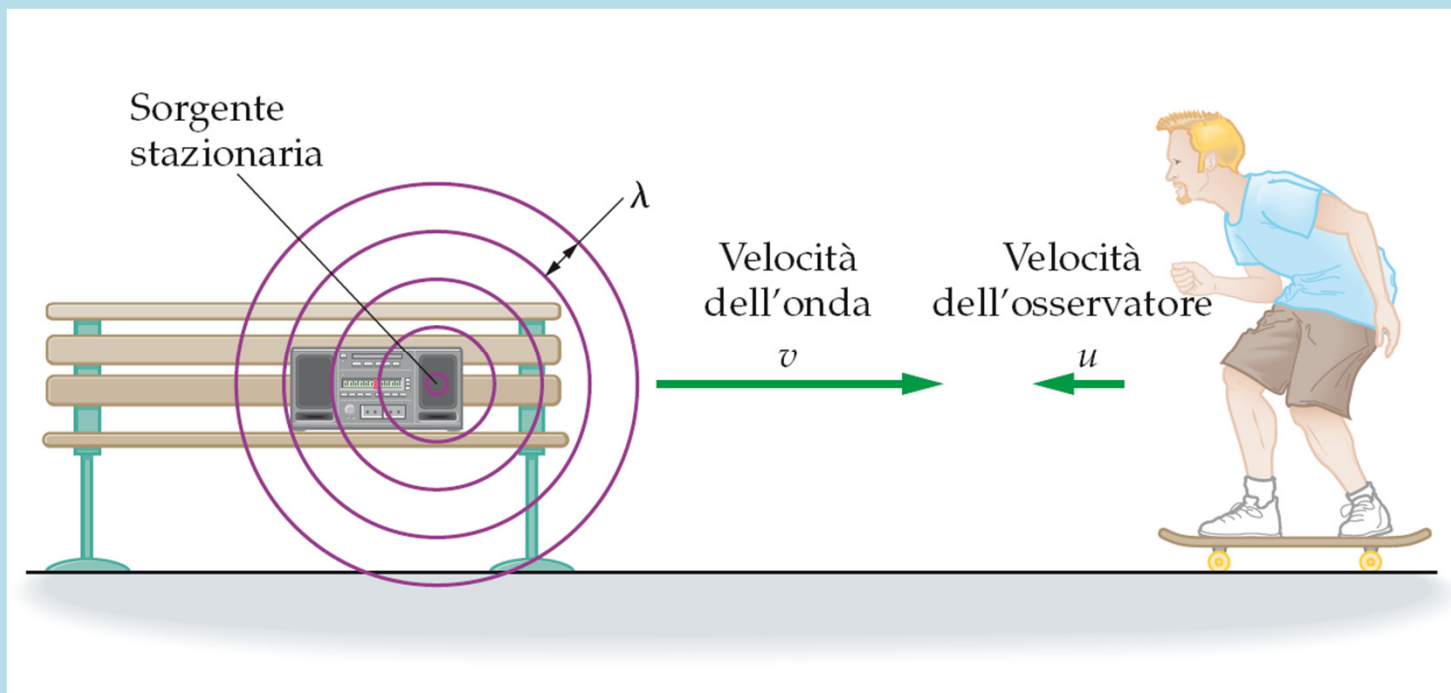
n_{12} = indice di rifrazione *relativo*
(del mezzo 2 rispetto al mezzo 1)

per la luce (onda elettromagnetica) :

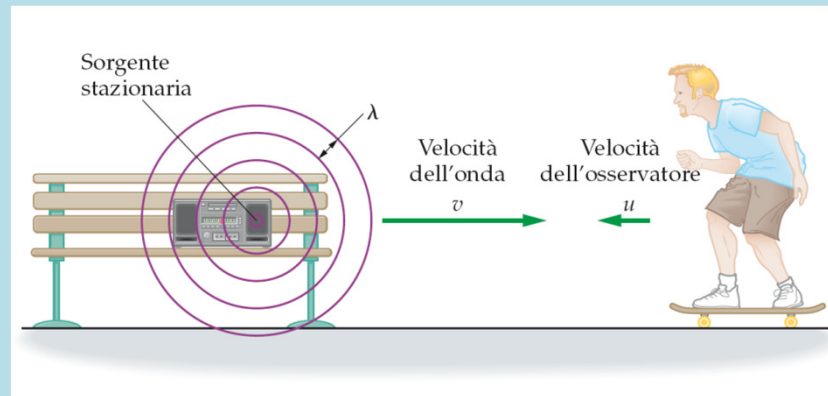
n = indice di rifrazione assoluto = c/v

L'effetto Doppler

L'effetto Doppler è la variazione della frequenza percepita (del tono nel caso del suono) quando c'è un moto relativo tra la sorgente e l'osservatore.



Quando è l'osservatore a muoversi verso la sorgente, l'onda sembra avere una velocità maggiore e una frequenza maggiore.



$$v/v_s = (v+u)/v$$

v = frequenza percepita;

v_s = frequenza emessa da S

u = velocità osservatore;

Se l'osservatore si sta allontanando dalla sorgente, cambia solo il segno della sua velocità

$$v/v_s = (v-u)/v$$

e la frequenza percepita è minore di quella emessa dalla sorgente

v = frequenza percepita; v_s = frequenza emessa da S

u = velocità osservatore;

riassumendo:

$$v = (1 \pm u/v)$$

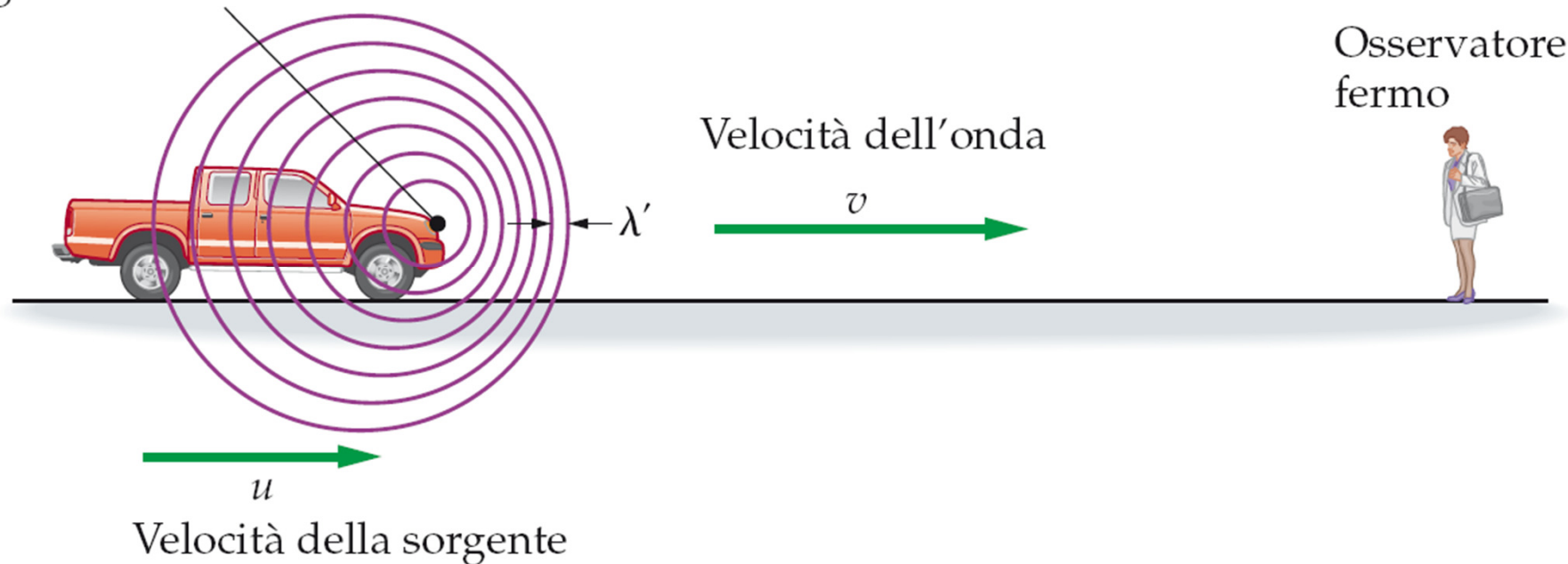
Nel SI si misura in hertz: $1 \text{ Hz} = 1/\text{s} = 1 \text{ s}^{-1}$

v = frequenza percepita

v_s = frequenza emessa dalla sorgente

Nel caso di una sorgente in movimento l'analisi dell'effetto Doppler è analoga: questa volta, però, è la lunghezza d'onda che appare diversa.

Sorgente in movimento



Si ha quindi:

effetto Doppler per sorgente in movimento

$$v = \left(\frac{1}{1 \mp u/v} \right) v_s$$

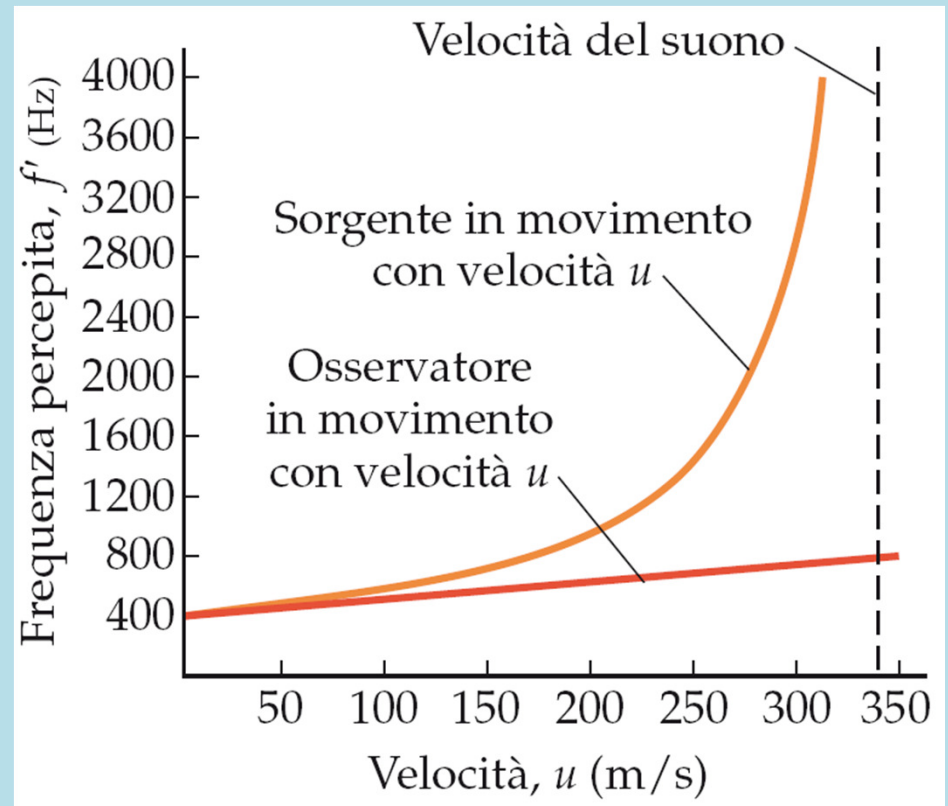
v = frequenza percepita;

v_s = frequenza emessa da S

u = velocità della sorgente S

Confrontiamo lo spostamento Doppler per una sorgente in movimento e un osservatore in movimento: sono simili alle basse velocità ma poi divergono.

Quando la velocità della sorgente supera quella del suono si ha un'onda d'urto (il *boom sonico*).



Combinando i risultati precedenti abbiamo la relazione che descrive il caso in cui sia l'osservatore che la sorgente sono in moto.

Effetto Doppler per sorgente e osservatore in moto

$$v = \left(\frac{1 \pm u_o / v}{1 \mp u_s / v} \right) v_s$$

v = frequenza percepita;

v_s = frequenza emessa da S

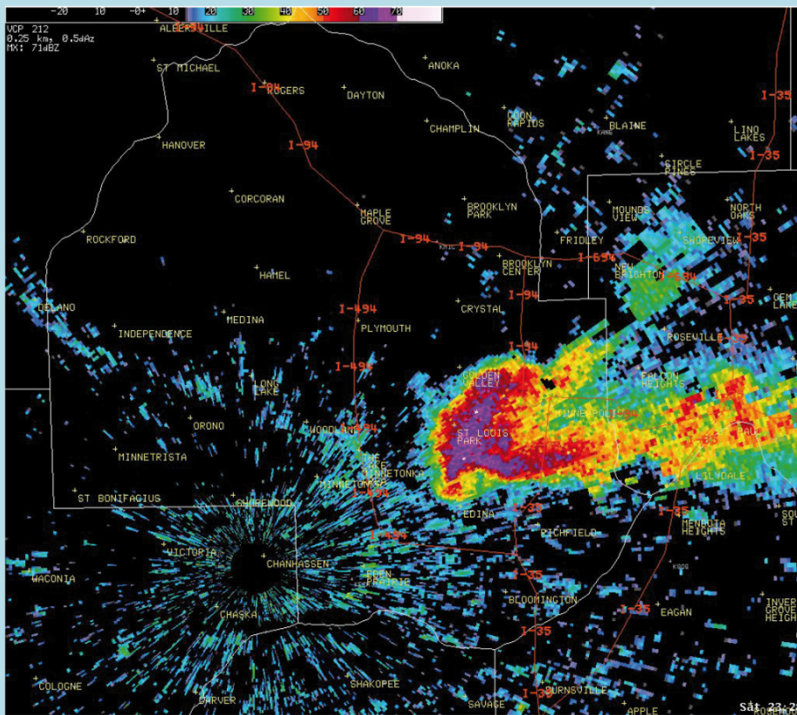
u_o = velocità osservatore;

u_s = velocità della sorgente S

L'effetto Doppler ha molte applicazioni pratiche: dai radar dei meteorologi agli autovelox, dagli strumenti diagnostici a quelli astronomici.

A sinistra, un radar Doppler mostra la struttura a forma di uncino tipica di un tornado in formazione.

A destra, un misuratore Doppler del flusso sanguigno.



Spostamento Doppler $\Delta\nu$

moto relativo sorgente-osservatore:

osservatore in moto: $\Delta\nu = \nu - \nu_S = \nu_S \frac{\pm u}{v}$

sorgente in moto: $\Delta\nu = \nu - \nu_S = \nu_S \left[\frac{\pm u_S}{v \mp u_S} \right]$

ν = frequenza percepita; ν_S = frequenza emessa da S

u = velocità osservatore; u_S = velocità della sorgente S

Limitazione: dev'essere $v > u_S$, cioè la velocità di propagazione dell'onda dev'essere maggiore della velocità della sorgente

Propagazione delle onde

- **Vibrazione di una sorgente monocromatica:** $S(t)=A\sin(\omega t + \phi)$
- **Vibrazione in un punto P:** $S(x,t)=A\sin[2\pi(t/T-x/\lambda)]$
- **Riflessione:** stesso piano; $i=r$
- **Rifrazione:** stesso piano; $\sin i/\sin r = n_2/n_1 = v_1/v_2$
- **Effetto Doppler:** 1) S ferma, O in moto: $\Delta v=v-v_S=v_S(\pm u/v)$
2) S in moto, O fermo: $\Delta v=v-v_S=v_S(\pm u_S/v \mp u_S)$



EFFETTO DOPPLER

1

moto relativo sorgente-osservatore

1) sorgente ferma - osservatore in moto

v = velocità di propagazione *dell'onda*

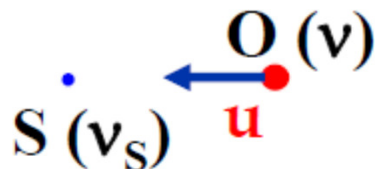
u = velocità *dell'osservatore*

osservatore O in moto **verso** la sorgente S (ferma)

Vale la proporzione:

$$v_S : v = v : (u + v)$$

$$v = v_S \frac{(u+v)}{v} = v_S \left[1 + \frac{u}{v} \right]$$



v_S = frequenza della *sorgente*

v = frequenza percepita *dall'osservatore*

EFFETTO DOPPLER

2

1) sorgente ferma - osservatore in moto

v = velocità di propagazione *dell'onda*

u = velocità *dell'osservatore*

$$v' = v_s \frac{(u \pm v)}{v} = v_s \left[1 \pm \frac{u}{v} \right] \quad \begin{array}{l} \text{per l'avvicinamento vale il +,} \\ \text{per l'allontanamento vale il -} \end{array}$$

effetto Doppler

O in **avvicinamento**: $\Delta v = v - v_s = v_s \frac{u}{v}$
 $v > v_s$

O in **allontanamento**: $\Delta v = v - v_s = v_s \frac{-u}{v}$
 $v < v_s$

EFFETTO DOPPLER

4

2) sorgente in moto - osservatore fermo

v = velocità di propagazione *dell'onda*

u_s = velocità *della sorgente*

Vale la seguente relazione:

$$v = v_s \frac{v}{v \mp u_s}$$

v_s = frequenza della *sorgente*

v = frequenza percepita *dall'osservatore*

effetto Doppler:

S in **avvicinamento**: $\Delta v = v - v_s = v_s \left[\frac{u_s}{v - u_s} \right]$
 $v > v_s$

S in **allontanamento**: $\Delta v = v - v_s = v_s \left[\frac{-u_s}{v + u_s} \right]$
 $v < v_s$