

## ALGEBRA 2

1. Sia  $G$  un gruppo di ordine 45, provare che  $G$  è abeliano
2. Considerato il sottoanello di  $Mat_2(\mathbb{Q})$

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Q} \right\}$$

provare che l'applicazione

$$f : \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

è un endomorfismo di  $A$  e determinare  $f(A)$  e  $\ker f$ .

3. Provare che in  $\mathbb{Z}[x]$  l'ideale  $I = (3, x^2 + 1)$  è massimale e determinare l'ordine di  $\frac{\mathbb{Z}[x]}{I}$
4. Si consideri in  $\mathbb{Q}[x]$  l'insieme  $H$  dei polinomi della forma

$$a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n, a_i \in \mathbb{Q}, i = 2, 3, \dots, n$$

Provare che  $H$  è un ideale di  $\mathbb{Q}[x]$  e che  $H$  non è primo.