Esercizi proposti per lunedì 3 dicembre 2018

1) Costruire esplicitamente l'omotopia che mostra che, per ogni $n \geq 1$, $\mathbf{P}^n \setminus \{\mathbf{p}\}$, $p \in \mathbf{P}^n$ ha lo stesso tipo di $\mathcal{C}^\infty$-omotopia di $\mathbf{P}^{n-1}$, tanto nel caso reale, quanto nel caso complesso.

2) Calcolare gli spazi di coomologia di de Rham delle seguenti varietà differenziabili (non è richiesta la determinazione dei generatori degli spazi trovati).

- $\mathbf{R}^n \setminus \{\mathbf{p}\}$, $p \in \mathbf{R}^n$;
- $\mathbf{R}^2 \setminus \{\mathbf{p_1}, \mathbf{p_2}, \dots \mathbf{p_k}\}$, $p_i \in \mathbf{R}^2,\ i = 1, \dots, k$;
- $\mathbf{R}^n \setminus \{\mathbf{p_1}, \mathbf{p_2}\}$, $p_i \in \mathbf{R}^n,\ i = 1, 2$;
- $\mathbf{R}^3 \setminus \{C \cup L\}$, ove C e L sono rispettivamente una circonferenza ed una retta che non si intersecano;
- il toro privato di un suo punto;
- lo spazio proiettivo complesso $\mathbf{P}^n_{\mathbf{C}}$ (suggerimento: osservare che $\mathbf{P}^1_{\mathbf{C}}$ è diffeomorfo a S^2; poi dimostrare per induzione, usando la successione esatta di Mayer Vietoris).